AVVERTENZA

Lo scopo di questa sintesi multilingue è fornire un aiuto ai ragazzi che non hanno ancora acquisito dimestichezza con la lingua italiana.
Il testo della sintesi è completamente tradotto nelle 5 lingue, mentre per ciascuna immagine abbiamo ritenuto più utile fornire una tabella con la traduzione dei vocaboli e dei commenti, senza adattarne i contenuti.

NOTE

The purpose of this multi-language summary is to provide help to students who are still not completely familiar with the Italian language.
The entire summary text has been translated into 5 languages, however for the images we considered it to be more useful to provide a table including the translated words and comments and to leave their contents unaltered.

ATENCIÓN

El objetivo de este resumen multilingüe es proporcionar una ayuda a los chicos que aún no están plenamente familiarizados con la lengua italiana.
El texto del resumen está totalmente traducido a los 5 idiomas, mientras que para las imágenes hemos considerado más útil presentar una tabla con la traducción de las palabras y los comentarios, sin adaptar los contenidos.

NOTĂ

Obiectivul acestei sinteze multilingve este de a ajuta elevii care nu sunt pe deplin familiarizați cu limba italiană.
Textul sintezei este tradus integral în 5 limbi; totuși, pentru fiecare imagine în parte am considerat că este mai util să furnizăm un tabel cu traducerea cuvintelor și a comentariilor fără a modifica conținutul.

تنبيه

الهدف من هذا الملخص المتعدد اللغات هو تقديم مساعدة للطلاب الذين لم يكتسبوا جيدًا مهارات اللغة الإيطالية بعد.

نص الملخص مُترجم إلى خمس لغات، بينما رأينا أنه أكثر إفادة لكل صورة تقديم جدول بترجمة المصطلحات والتعليقات، دون تعديل محتوياتها.

注意

本多语言教材旨在帮助尚未掌握意大利语的学生更好地学习。

教材所有内容被翻译为 5 种语言，基于实用性，图片则以原文呈现，配有词汇表与评论。

IL RAGIONAMENTO PROPORZIONALE

1
QUANDO DUE GRANDEZZE SONO DIRETTAMENTE PROPORZIONALI?

Due grandezze variabili e dipendenti fra loro sono **direttamente proporzionali** se variano nello **stesso rapporto**.

Per esempio:

• se la prima grandezza **raddoppia** o **triplica**, anche la seconda **raddoppia** o **triplica**;

• se la prima grandezza diventa la **metà** o un **terzo**, anche la seconda diventa la **metà** o un **terzo**.

ESEMPIO

Quantità e costo La quantità e il costo dell'uva sono grandezze direttamente proporzionali.

Se 3 kg di uva costano 4,50 €, quanto costano 10 kg della stessa uva?

Peso	Costo
3 kg	4,50 €
10 kg	x

$$3 : 10 = 4{,}50 : x$$

$$x = \frac{10 \cdot 4{,}50}{3} = 15\ €$$

2
QUAL È IL GRAFICO DELLA PROPORZIONALITÀ DIRETTA?

Se due grandezze variabili *x* e *y* sono direttamente proporzionali, il **rapporto *k*** fra due loro valori corrispondenti è **costante** e si chiama **coefficiente di proporzionalità diretta**.

La proporzionalità diretta si esprime con la formula:

$\frac{y}{x} = k$ oppure $y = k \cdot x$

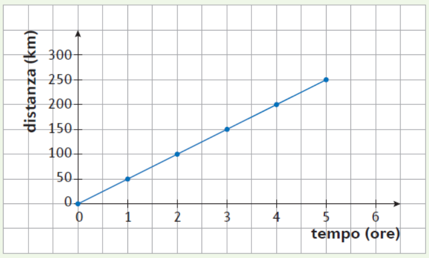
Il **grafico** della proporzionalità diretta è una **semiretta** che parte dall'origine degli assi.

ESEMPIO

Tempo e distanza Se la velocità di un veicolo è costante, il tempo è direttamente proporzionale alla distanza percorsa.

Disegniamo il grafico della distanza percorsa da un'automobile che viaggia a 50 km/h, in funzione del tempo.

Tempo (ore)	Distanza (km)
0	0
1	50
2	100
3	150
4	200
5	250



3

QUANDO DUE GRANDEZZE SONO INVERSAMENTE PROPORZIONALI?

Due grandezze variabili e dipendenti fra loro sono **inversamente proporzionali** se variano in **rapporto inverso**.

Per esempio:

• se la prima grandezza **raddoppia** o **triplica**, la seconda diventa la **metà** o un **terzo**;

• se la prima grandezza diventa la **metà** o un **terzo**, la seconda **raddoppia** o **triplica**.

ESEMPIO

Operai Il numero di operai e il tempo impiegato a svolgere un lavoro sono grandezze inversamente proporzionali.

Se 5 operai svolgono un lavoro in 14 giorni, quanto tempo impiegheranno 10 operai a fare lo stesso lavoro?

n. operai	n. giorni
5	14
10	x

$5 : 10 = x : 14$

$x = \dfrac{5 \cdot 14}{10} = 7$ giorni

4

QUAL È IL GRAFICO DELLA PROPORZIONALITÀ INVERSA?

Se due grandezze variabili x e y sono inversamente proporzionali, il **prodotto k** fra due loro valori corrispondenti è **costante** e si chiama **coefficiente di proporzionalità inversa**.

La proporzionalità inversa si esprime con la formula:

$x \cdot y = k$ oppure $y = \dfrac{k}{x}$

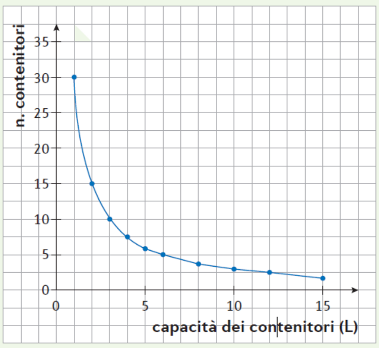
Il **grafico** della proporzionalità inversa è un’**iperbole**.

ESEMPIO

Olio Il signor Gianni deve imbottigliare 30 litri d’olio in contenitori tutti uguali. Deve scegliere se usare bottiglie, lattine o damigiane: il numero di contenitori e la loro capacità sono grandezze inversamente proporzionali.

Disegniamo il grafico che rappresenta il numero di contenitori necessari in funzione della capacità dei contenitori scelti.

Capacità dei contenitori (L)	n. bottiglie
1	30
2	15
3	10
4	7,5
5	6
6	5
8	3,75
10	3
12	2,5
15	2



5

QUALI SONO I PROBLEMI DI RIPARTIZIONE DIRETTA?

I problemi di **ripartizione diretta** sono problemi in cui si chiede di **dividere** una grandezza in due o più parti **direttamente proporzionali** ad altrettanti numeri.

ESEMPIO

Dividiamo il numero 100 in tre parti direttamente proporzionali ai numeri 1, 2, 5.

- Calcoliamo la somma dei numeri: 1 + 2 + 5 = 8.
- Indichiamo con *x*, *y*, *z* le tre parti in cui si deve dividere il numero 100.
- Risolviamo tre proporzioni: ogni numero sta alla somma dei numeri come la quantità da trovare sta al totale 100.

I parte	II parte	III parte
$1 : 8 = x : 100$	$2 : 8 = y : 100$	$5 : 8 = z : 100$
$x = \frac{100 \cdot 1}{8} = 12{,}5$	$y = \frac{100 \cdot 2}{8} = 25$	$z = \frac{100 \cdot 5}{8} = 62{,}5$

6

QUALI SONO I PROBLEMI DI RIPARTIZIONE INVERSA?

I problemi di **ripartizione inversa** sono problemi in cui si chiede di **dividere** una grandezza in due o più parti **inversamente proporzionali** ad altrettanti numeri.

Ripartire una quantità in parti **inversamente proporzionali** ai numeri *a*, *b*, *c*, ... **è equivalente** a ripartire la stessa quantità in parti **direttamente proporzionali agli inversi** dei numeri dati, cioè a $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \ldots$

ESEMPIO

Dividiamo il numero 100 in due parti inversamente proporzionali ai numeri 1 e 3.

- Calcoliamo la somma degli inversi dei numeri: $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$.
- Indichiamo con *x* e *y* le due parti in cui si deve dividere il numero 100.
- Risolviamo due proporzioni.

I parte	II parte
$\frac{1}{1} : \frac{4}{3} = x : 100 \quad x = 100 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{4} = 75$	$\frac{1}{3} : \frac{4}{3} = y : 100 \quad y = 100 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = 25$

PROPORTIONAL REASONING

1
WHEN ARE TWO QUANTITIES DIRECTLY PROPORTIONAL?

Two variable quantities which are dependent on each other are said to be **directly proportional** if they vary **in the same ratio**.

For example:

• if the first quantity **doubles** or **triples**, the second also **doubles** or **triples**;

• if the first quantity becomes a **half** or a **third**, the second also becomes a **half** or a **third**.

EXAMPLE

Quantity and cost The amount and cost of grapes are directly proportional quantities.

If 3 kg of grapes costs 4,50 €, how much does 10 kg of the same grapes cost?

Peso	Costo
3 kg	4,50 €
10 kg	x

$$3 : 10 = 4{,}50 : x$$

$$x = \frac{10 \cdot 4{,}50}{3} = 15\ €$$

Peso	Weight
Costo	Cost

2
HOW TO REPRESENT DIRECT PROPORTIONALITY GRAPHICALLY?

If two variable quantities x and y are directly proportional, the **ratio *k*** between two of their corresponding values is **constant** and is called the **constant of direct proportionality**.

Direct proportionality can be expressed using the formula:

$$\frac{y}{x} = k \qquad \text{or} \qquad y = k \cdot x$$

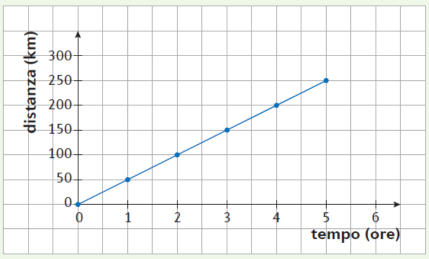
The **graph** used to represent direct proportionality is a **ray** starting from the origin of the Cartesian axes.

EXAMPLE

Time and distance If a vehicle travels at a constant speed, time is directly proportional to the distance travelled.

Let's draw a graph to represent the distance travelled by a car driving at 50 km/h as a function of time.

Tempo (ore)	Distanza (km)
0	0
1	50
2	100
3	150
4	200
5	250



Tempo (ore)	Time (hours)
Distanza (km)	Distance (km)

3

WHEN ARE TWO QUANTITIES INVERSELY PROPORTIONAL?

Two variable quantities which are dependent on each other are said to be **inversely proportional** if they vary **in the inverse ratio**.

For example:

• if the first quantity **doubles** or **triples**, the second becomes a **half** or a **third**.

• if the first quantity becomes a **half** or a **third**, the second **doubles** or **triples**.

EXAMPLE

Workers The number of workers there are and the time required to carry out a job are inversely proportional quantities.

If it takes 5 workers 14 days to carry out a job, how long would 10 workers take to carry out the same job?

n. operai	n. giorni
5	14
10	x

$$5 : 10 = x : 14$$

$$x = \frac{5 \cdot 14}{10} = 7 \text{ giorni}$$

n. operai	no. of workers
n. giorni	no. of days
giorni	days

4

HOW TO REPRESENT INVERSE PROPORTIONALITY GRAPHICALLY?

If two variable quantities x and y are inversely proportional, the **product *k*** between two of their corresponding values is **constant** and is called the **constant of inverse proportionality**.

Inverse proportionality can be expressed using the formula:

$x \cdot y = k$ or $y = \frac{k}{x}$

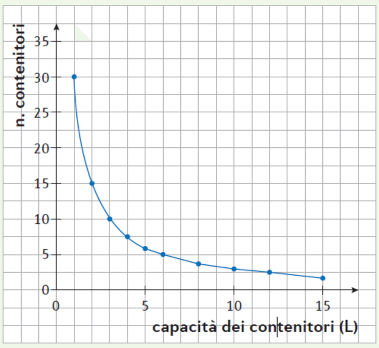
The **graph** used to represent inverse proportionality is a **hyperbola**.

EXAMPLE

Oil Mr Gianni needs to bottle 30 litres of oil in containers which are all the same. He needs to decide if to use bottles, cans or demijohns: the number of containers and their capacity are inversely proportional quantities.

Let's draw a graph to represent the number of containers needed as a function of the capacity of the chosen containers.

Capacità dei contenitori (L)	n. bottiglie
1	30
2	15
3	10
4	7,5
5	6
6	5
8	3,75
10	3
12	2,5
15	2



Capacità dei contenitori (L)	Capacity of the containers (L)
n. bottiglie	no. of bottles

5

WHAT ARE DIRECT PROPORTIONAL DISTRIBUTION PROBLEMS?

Direct proportional distribution problems are problems in which a quantity must be **divided** into two or more parts which are **directly proportional** to some given numbers.

EXAMPLE

Let's divide 100 into three parts which are directly proportional to 1, 2, 5.

• Calculate the sum of the given numbers: 1 + 2 + 5 = 8.

• Use *x*, *y*, *z* to denote the three parts into which 100 needs to be divided.

• Work out the three proportions: each number is to the sum of the numbers as the quantity to be found is to the total (i.e. 100).

I parte	II parte	III parte
$1 : 8 = x : 100$	$2 : 8 = y : 100$	$5 : 8 = z : 100$
$x = \frac{100 \cdot 1}{8} = 12{,}5$	$y = \frac{100 \cdot 2}{8} = 25$	$z = \frac{100 \cdot 5}{8} = 62{,}5$

I parte	1st part
II parte	2nd part
III parte	3rd part

6

WHAT ARE INVERSE PROPORTIONAL DISTRIBUTION PROBLEMS?

Inverse proportional distribution problems are problems in which a quantity must be **divided** into two or more parts which are **inversely proportional** to some given numbers.

Distributing a quantity into parts that are **inversely proportional** to the numbers *a*, *b*, *c*, ... **is the equivalent** of distributing the same quantity into parts that are **directly proportional to the inverse** of the given numbers, i.e. to $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$, ...

EXAMPLE

Let's divide 100 into two parts which are inversely proportional to 1 and 3.

• Calculate the sum of the inverses of the given numbers: $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \mathbf{\frac{4}{3}}$.

• Use *x* and *y* to denote the two parts into which 100 needs to be divided.

• Work out the two proportions.

I parte	II parte
$\frac{1}{1} : \frac{4}{3} = x : 100 \quad x = 100 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{4} = 75$	$\frac{1}{3} : \frac{4}{3} = y : 100 \quad y = 100 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = 25$

I parte	1st part
II parte	2nd part

EL RAZONAMIENTO PROPORCIONAL

1
¿CUÁNDO SON DIRECTAMENTE PROPORCIONALES DOS MAGNITUDES?

Dos magnitudes variables y dependientes entre sí son **directamente proporcionales** si varían en la **misma relación**.

Por ejemplo:

• si la primera magnitud se **duplica** o **triplica**, la segunda también se **duplica** o **triplica**;

• si la primera magnitud pasa a ser la **mitad** o un **tercio**, la segunda también pasa a ser la **mitad** o un **tercio**.

EJEMPLO

Cantidad y coste La cantidad y el coste de las uvas son magnitudes directamente proporcionales.

Si 3 kg de uvas cuestan 4,50 €, ¿cuánto cuestan 10 kg de esas uvas?

Peso	Costo
3 kg	4,50 €
10 kg	x

$$3 : 10 = 4,50 : x$$

$$x = \frac{10 \cdot 4,50}{3} = 15\ €$$

Peso	Peso
Costo	Coste

2
¿CUÁL ES EL GRÁFICO DE LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA?

Si dos magnitudes variables *x* e *y* son directamente proporcionales, la **relación *k*** entre dos de sus valores correspondientes es **constante** y se llama **coeficiente de proporcionalidad directa**.

La proporcionalidad directa se expresa con la fórmula:

$\frac{y}{x} = k$ o $y = k \cdot x$

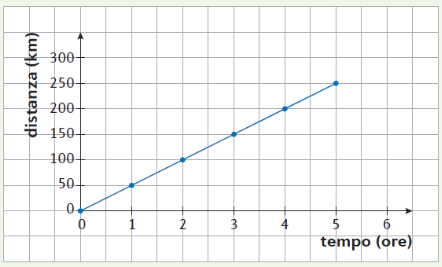
El **gráfico** de la proporcionalidad directa es una **semirrecta** que parte del origen de los ejes.

EJEMPLO

Tiempo y distancia Si la velocidad de un vehículo es constante, el tiempo es directamente proporcional a la distancia recorrida.

Dibujamos el gráfico de la distancia recorrida por un automóvil que viaja a 50 km/h en función del tiempo.

Tempo (ore)	Distanza (km)
0	0
1	50
2	100
3	150
4	200
5	250



Tempo (ore)	Tiempo (horas)
Distanza (km)	Distancia (km)

3

¿CUÁNDO SON INVERSAMENTE PROPORCIONALES DOS MAGNITUDES?

Dos magnitudes variables y dependientes entre sí son **inversamente proporcionales** si varían en una **relación inversa**.

Por ejemplo:

• si la primera magnitud se **duplica** o **triplica**, la segunda pasa a ser la **mitad** o un **tercio**.

• si la primera magnitud pasa a ser la **mitad** o un **tercio**, la segunda se **duplica** o **triplica**.

EJEMPLO

Trabajadores El número de trabajadores y el tiempo empleado en desempeñar un trabajo son magnitudes inversamente proporcionales.

Si 5 trabajadores desempeñan un trabajo en 14 días, ¿cuánto tiempo emplearán 10 trabajadores en hacer el mismo trabajo?

n. operai	n. giorni
5	14
10	x

$$5 : 10 = x : 14$$

$$x = \frac{5 \cdot 14}{10} = 7 \text{ giorni}$$

n. operai	n.º de trabajadores
n. giorni	n.º de días
giorni	días

4

¿CUÁL ES EL GRÁFICO DE LA PROPORCIONALIDAD INVERSA?

Si dos magnitudes variables *x* e *y* son inversamente proporcionales, el **producto *k*** entre dos de sus valores correspondientes es **constante** y se llama **coeficiente de proporcionalidad inversa**.

La proporcionalidad inversa se expresa con la fórmula:

$x \cdot y = k$ o $y = \frac{k}{x}$

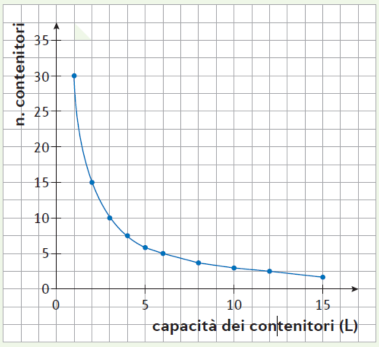
El **gráfico** de la proporcionalidad inversa es una **hipérbola**.

EJEMPLO

Aceite El señor Gianni tiene que embotellar 30 litros de aceite en recipientes iguales. Debe decidir si utiliza botellas, latas o garrafas: el número de recipientes y su capacidad son magnitudes inversamente proporcionales.

Dibujamos el gráfico que representa el número de recipientes necesarios en función de la capacidad de los recipientes escogidos.

Capacità dei contenitori (L)	n. bottiglie
1	30
2	15
3	10
4	7,5
5	6
6	5
8	3,75
10	3
12	2,5
15	2



Capacità dei contenitori (L)	Capacidad de los recipientes (L)
n. bottiglie	n.º de botellas

5

¿CUÁLES SON LOS PROBLEMAS DE REPARTO DIRECTO?

Los problemas de **reparto directo** son problemas en los que se pide **dividir** una magnitud en dos o más partes **directamente proporcionales** a otros tantos números.

EJEMPLO

Dividimos el número 100 en tres partes directamente proporcionales a los números 1, 2 y 5.

• Calculamos la suma de los números: 1 + 2 + 5 = 8.

• Indicamos con *x*, *y*, *z* las tres partes en las que se debe dividir el número 100.

• Resolvemos tres proporciones: cada número es a la suma de los números como la cantidad incógnita es al total 100.

I parte	II parte	III parte
$1 : 8 = x : 100$	$2 : 8 = y : 100$	$5 : 8 = z : 100$
$x = \frac{100 \cdot 1}{8} = 12{,}5$	$y = \frac{100 \cdot 2}{8} = 25$	$z = \frac{100 \cdot 5}{8} = 62{,}5$

I parte	I parte
II parte	II parte
III parte	III parte

6

¿CUÁLES SON LOS PROBLEMAS DE REPARTO INVERSO?

Los problemas de **reparto inverso** son problemas en los que se pide **dividir** una magnitud en dos o más partes **inversamente proporcionales** a otros tantos números.

Repartir una cantidad en partes **inversamente proporcionales** a los números *a*, *b*, *c*... **es equivalente** a repartir la misma cantidad en partes **directamente proporcionales a los inversos** de los números dados, es decir $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \ldots$

EJEMPLO
Dividimos el número 100 en dos partes inversamente proporcionales a los números 1 y 3.

• Calculamos la suma de los inversos de los números: $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$.
• Indicamos con *x* e *y* las dos partes en las que se debe dividir el número 100.
• Resolvemos las dos proporciones.

I parte	II parte
$\frac{1}{1} : \frac{4}{3} = x : 100 \qquad x = 100 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{4} = 75$	$\frac{1}{3} : \frac{4}{3} = y : 100 \qquad y = 100 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = 25$

I parte	I parte
II parte	II parte

RAȚIONAMENTUL PROPORȚIONAL

1
CÂND SUNT DOUĂ CANTITĂȚI DIRECT PROPORȚIONALE?

Două cantități variabile care depind una de cealaltă sunt numite **direct proporționale** dacă variază **în același raport**.

De exemplu:

• dacă prima cantitate **se dublează** sau **se triplează**, și a doua **se dublează** sau **se triplează**;

• dacă prima cantitate se împarte la **doi** sau la **trei**, și a doua se împarte la **doi** sau la **trei**.

EXEMPLU

Cantitate și cost Cantitatea și costul strugurilor sunt cantități direct proporționale.

Dacă 3 kg de struguri costă 4,50 €, cât costă 10 kg de struguri de același fel?

Peso	Costo
3 kg	4,50 €
10 kg	x

$$3 : 10 = 4,50 : x$$

$$x = \frac{10 \cdot 4,50}{3} = 15 \text{ €}$$

Peso	Greutate
Costo	Cost

2
CUM ESTE REPREZENTATĂ GRAFIC PROPORȚIONALITATEA DIRECTĂ?

Dacă două cantități variabile x și y sunt direct proporționale, **raportul *k*** dintre două valori corespunzătoare ale acestora este **constant** și se numește **coeficient de proporționalitate directă**.

Proporționalitatea directă poate fi exprimată folosind formula:

$$\frac{y}{x} = k \quad \text{sau} \quad y = k \cdot x$$

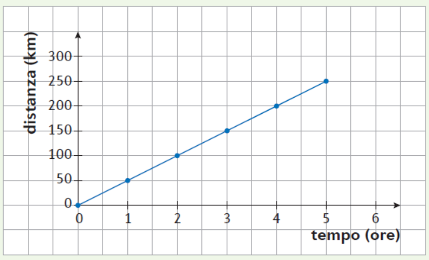
Graficul folosit pentru reprezentarea proporționalității directe este o **semidreaptă** care pornește din originea axelor.

EXEMPLU

Timp și distanță Dacă un vehicul se deplasează cu o viteză constantă, timpul este direct proporțional cu distanța parcursă.

Să trasăm un grafic pentru a reprezenta distanța parcursă de un vehicul care se deplasează cu 50 km/h în funcție de timp.

Tempo (ore)	Distanza (km)
0	0
1	50
2	100
3	150
4	200
5	250



Tempo (ore)	Timp (ore)
Distanza (km)	Distanță (km)

3

CÂND SUNT DOUĂ CANTITĂȚI INVERS PROPORȚIONALE?

Două cantități variabile care depind una de cealaltă sunt numite **invers proporționale** dacă variază **în raport invers**.

De exemplu:

• dacă prima cantitate **se dublează** sau **se triplează**, a doua se împarte la **doi** sau la **trei**;

• dacă prima cantitate se împarte la **doi** sau la **trei**, a doua se **dublează** sau se **triplează**.

EXEMPLU

Lucrători Numărul de lucrători și timpul necesar pentru desfășurarea unei activități sunt cantități invers proporționale.

Dacă 5 lucrători au nevoie de 14 zile pentru o activitate, de cât timp vor avea nevoie 10 lucrători pentru a desfășura aceeași activitate?

n. operai	n. giorni
5	14
10	x

$5 : 10 = x : 14$

$x = \frac{5 \cdot 14}{10} = 7$ giorni

n. operai	nr. de lucrători
n. giorni	nr. de zile
giorni	zile

4

CUM ESTE REPREZENTATĂ GRAFIC PROPORȚIONALITATEA INVERSĂ?

Dacă două cantități variabile x și y sunt invers proporționale, **produsul** $\boldsymbol{k}$ dintre două valori corespunzătoare ale acestora este **constant** și se numește **coeficient de proporționalitate inversă**.

Proporționalitatea inversă poate fi exprimată folosind formula:

$x \cdot y = k$ sau $y = \frac{k}{x}$

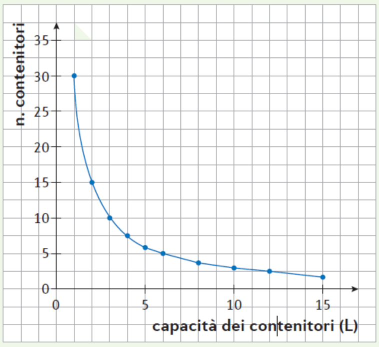
Graficul folosit pentru reprezentarea proporționalității inverse este o **hiperbolă**.

EXEMPLU

Ulei Dl Gianni are de îmbuteliat 30 de litri de ulei în recipiente egale. Trebuie să se hotărască dacă folosește sticle, bidoane sau damigene: numărul recipientelor și capacitatea acestora sunt cantități invers proporționale.

Să trasăm un grafic pentru a reprezenta numărul recipientelor necesare în funcție de capacitatea recipientelor alese.

Capacità dei contenitori (L)	n. bottiglie
1	30
2	15
3	10
4	7,5
5	6
6	5
8	3,75
10	3
12	2,5
15	2



Capacità dei contenitori (L)	Capacitatea recipientelor (L)
n. bottiglie	nr. sticle

5

CE SUNT PROBLEME DE DISTRIBUȚIE DIRECT PROPORȚIONALĂ?

Problemele privind **distribuția direct proporțională** sunt cele în care o cantitate trebuie **împărțită** în două sau mai multe părți care sunt **direct proporționale** cu unele numere date.

EXEMPLU

Să împărțim 100 în trei părți care sunt direct proporționale cu 1, 2, 5.

• Calculați suma numerelor date: 1 + 2 + 5 = 8.

• Folosiți *x*, *y*, *z* pentru a nota cele trei părți în care 100 trebuie să fie împărțit.

• Calculați cele trei proporții: fiecare număr reprezintă față de suma numerelor ceea ce cantitatea de identificat reprezintă față de total (și anume 100).

I parte	II parte	III parte
$1 : 8 = x : 100$	$2 : 8 = y : 100$	$5 : 8 = z : 100$
$x = \frac{100 \cdot 1}{8} = 12{,}5$	$y = \frac{100 \cdot 2}{8} = 25$	$z = \frac{100 \cdot 5}{8} = 62{,}5$

I parte	Prima parte
II parte	A doua parte
III parte	A treia parte

6

CE SUNT PROBLEME DE DISTRIBUȚIE INVERS PROPORȚIONALĂ?

Problemele privind **distribuția invers proporțională** sunt cele în care o cantitate trebuie **împărțită** în două sau mai multe părți care sunt **invers proporționale** cu unele numere date.

Distribuția unei cantități în părți care sunt **invers proporționale** cu numerele *a*, *b*, *c*, ... **este echivalentul** distribuirii aceleiași cantități în părți care sunt **direct proporționale cu inversul** numerelor date, adică cu $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \dots$

EXEMPLU

Să împărțim 100 la două părți care sunt invers proporționale cu 1 și 3.

• Calculați suma inverselor numerelor date: $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \mathbf{\frac{4}{3}}$.

• Folosiți *x* și *y* pentru a nota cele două părți în care 100 trebuie să fie împărțit.

• Aflați cele două proporții.

I parte	II parte
$\frac{1}{1} : \frac{4}{3} = x : 100 \qquad x = 100 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{4} = 75$	$\frac{1}{3} : \frac{4}{3} = y : 100 \qquad y = 100 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = 25$

I parte	Prima parte
II parte	A doua parte

الاستدلال التناسبي

1

متى تتناسب الكميتان تناسبًا طرديًا؟

تتناسب الكميتان المتغيرتان والمستقلتان فيما بينهما **تناسبًا طرديًا** إذا كانوا يختلفون في **النسبة ذاتها**.

على سبيل المثال:

- إذا تضاعفت الكمية الأولى بمقدار **مرتين** أو **ثلاث مرات**، تتضاعف الكمية الثانية أيضًا بمقدار **مرتين** أو **ثلاث مرات**؛
- إذا أصبحت الكمية الأولى **نصف** أو **ثُلث** الكمية الأصلية، تصبح الكمية الثانية أيضًا **نصف** أو **ثُلث** الكمية الأصلية.

مثال

الكمية والتكلفة كمية وتكلفة العنب هما كميتان تتناسبان تناسبًا طرديًا.

إذا كانت تكلفة 3 كجم من العنب هي 4,50 يورو، فكم تكلفة 10 كجم من نفس العنب؟

Peso	Costo
3 kg	4,50 €
10 kg	x

$$3 : 10 = 4{,}50 : x$$

$$x = \frac{10 \cdot 4{,}50}{3} = 15\ €$$

2

ما هو المخطط البياني للتناسب الطردي؟

إذا كانت الكميتان المتغيرتان x و y تتناسبان تناسبًا طرديًا، **فالنسبة** k بين قيمهما المتماثلة تكون **ثابتة** وتُسمى **معامل التناسب الطردي**.

يُعبر عن التناسب الطردي من خلال المعادلة:

$$\frac{y}{x} = k \qquad \text{oppure} \qquad y = k \cdot x$$

oppure	أو

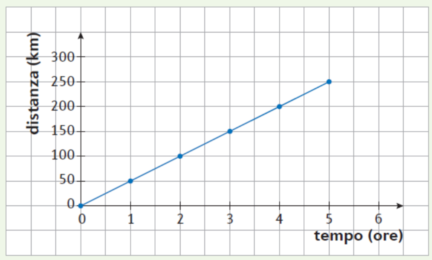
المخطط البياني للتناسب الطردي هو **نصف المستقيم** الذي ينطلق من نقطة أصل المحاور.

مثال

الزمن والمسافة إذا كانت سرعة المركبة ثابتة، ويتناسب الزمن تناسبًا طرديًا مع المسافة المقطوعة.

فلنرسم المخطط البياني للمسافة المقطوعة من قبل سيارة تسير بسرعة 50 كيلومتر/ساعة، تبعًا لدالة الزمن.

Tempo (ore)	Distanza (km)
0	0
1	50
2	100
3	150
4	200
5	250



Tempo (ore)	الزمن (الساعة)
Distanza (km)	المسافة (كيلومتر)

3

متى تتناسب الكميتان تناسبًا عكسيًا؟

تتناسب الكميتان المتغيرتان والمستقلتان فيما بينهما **تناسبًا عكسيًا** إذا كانتا تختلفان في **نسبة عكسية**.

على سبيل المثال:

- إذا تضاعفت الكمية الأولى بمقدار **مرتين** أو **ثلاث مرات**، تصبح الكمية الثانية **نصف** أو **ثُلث** الكمية الأصلية.
- إذا أصبحت الكمية الأولى **نصف** أو **ثُلث** الكمية الأصلية، تتضاعف الكمية الثانية بمقدار **مرتين** أو **ثلاث مرات**.

مثال

عمال عدد العمال والزمن اللازم لتنفيذ عمل ما هما كميتان تتناسبان تناسبًا عكسيًا.

إذا قام 5 عمال بتنفيذ عمل ما في 14 يومًا، كم الوقت الذي سيستغرقه 10 عمال لتنفيذ نفس العمل؟

n. operai	n. giorni
5	14
10	x

$$5 : 10 = x : 14$$

$$x = \frac{5 \cdot 14}{10} = 7 \text{ giorni}$$

n. operai	عدد العمال
n. giorni	عدد الأيام
giorni	الأيام

4

ما هو المخطط البياني للتناسب العكسي؟

إذا كانت القيمتان المتغيرتان x و y تتناسبان تناسبًا عكسيًا، **فحاصل الضرب** k بين قيمهما المتماثلة يكون **ثابتًا** ويُسمى **معامل التناسب العكسي**.

يُعبر عن التناسب العكسي من خلال المعادلة:

$$x \cdot y = k \qquad \text{oppure} \qquad y = \frac{k}{x}$$

oppure	أو

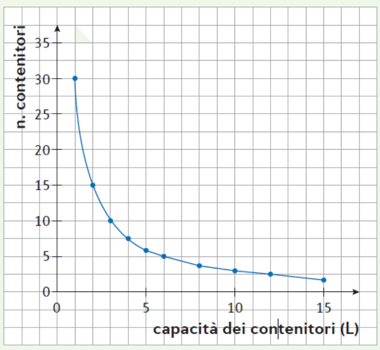
المخطط البياني للتناسب العكسي هو **المنحنى**.

مثال

الزيت ينبغي على السيد جاني تعبئة 30 لترًا من الزيت في أوعية متساوية جميعًا. ينبغي الاختيار بين استخدام زجاجات أو عبوات معدنية أو زجاجات كبيرة: عدد الأوعية وسعتهم هما كميتان تتناسبان تناسبًا عكسيًا.

فلنرسم المخطط البياني الذي يُمثل عدد الأوعية اللازمة تبعًا لسعة الأوعية المختارة.

Capacità dei contenitori (L)	n. bottiglie
1	30
2	15
3	10
4	7,5
5	6
6	5
8	3,75
10	3
12	2,5
15	2



Capacità dei contenitori (L)	سعة الأوعية (لتر)
n. bottiglie	عدد الزجاجات

5

ما هي مسائل التوزيع المباشر؟

مسائل **التوزيع المباشر** هي المسائل التي يُطلب فيها **تقسيم** كمية إلى جزأين أو أكثر من جزء يتناسبون **تناسبًا طرديًا** مع أرقام أخرى.

مثال

فلنقسم العدد 100 على ثلاثة أجزاء يتناسبون تناسبًا طرديًا مع الأعداد 1، 2، 5.

- نحسب مجموع الأعداد: 1 + 2 + 5 = 8
- نشير إلى الأجزاء التي ينبغي قسمة الرقم 100 عليها بالرموز *x*، *y*، *z*.
- نحل الثلاث متناسبات: كل عدد يتناسب مع مجموع الأعداد مثلما تتناسب الكمية المراد إيجادها مع الإجمالي 100.

I parte	II parte	III parte
$1 : 8 = x : 100$	$2 : 8 = y : 100$	$5 : 8 = z : 100$
$x = \frac{100 \cdot 1}{8} = 12{,}5$	$y = \frac{100 \cdot 2}{8} = 25$	$z = \frac{100 \cdot 5}{8} = 62{,}5$

I parte	جزء 1
II parte	جزء 2
III parte	جزء 3

6

ما هي مسائل التوزيع العكسي؟

مسائل **التوزيع العكسي** هي المسائل التي يُطلب فيها **تقسيم** كمية إلى جزأين أو أكثر من جزء يتناسبون **تناسبًا عكسيًا** مع أرقام أخرى.

توزيع كمية ما على أجزاء يتناسبون **تناسبًا عكسيًا** مع الأعداد *a*، *b*، *c*، ... **يتماثل** مع توزيع الكمية نفسها على أجزاء يتناسبون **تناسبًا طرديًا مع مقلوب الأعداد** المُعطاة، أي $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$...

مثال

فلنقسم العدد 100 على جزأين يتناسبان تناسبًا عكسيًا مع الأعداد 1و 3.

- نحسب مجموع مقلوب الأعداد:

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

- نشير إلى الجزئين الذين ينبغي قسمة الرقم 100 عليهما بالرموز *x* و *y*.
- نحل علاقتي التناسب.

I parte	II parte
$\frac{1}{1} : \frac{4}{3} = x : 100 \qquad x = 100 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{4} = 75$	$\frac{1}{3} : \frac{4}{3} = y : 100 \qquad y = 100 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = 25$

I parte	جزء 1
II parte	جزء 2

比例理论

1

什么时候两个量成正比？

两个相互依存的变量若按**同一比率**变化，则这两个量**成正比**。

比如：

· 若第一个量增长**两倍**或**三倍**，第二个量也增长**两倍**或**三倍**；

· 若第一个量变为**一半**或**三分之一**，第二个量也变为**一半**或**三分之一**。

举例

重量与价格 葡萄的重量与价格成正比。

若 3 kg 葡萄的价格为 4,50 €，那么买 10 kg 葡萄要多少钱？

Peso	Costo
3 kg	4,50 €
10 kg	x

$3 : 10 = 4{,}50 : x$

$x = \dfrac{10 \cdot 4{,}50}{3} = 15$ €

Peso	重量
Costo	价格

2

什么是正比例图像？

若 x 与 y 两个变量成正比，那么它们对应值的比率 k 保持**不变**，k 称作**正比例系数**。

正比例关系可用公式表示为：

$\dfrac{y}{x} = k$ 或 $y = k \cdot x$

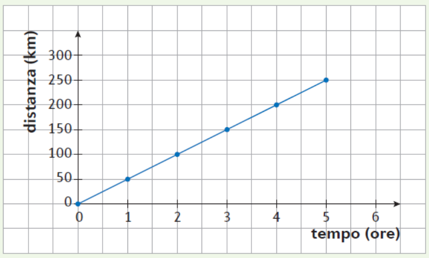
正比例**图像**是一条从坐标原点出发的**线段**。

举例

时间与距离 若一辆车的行驶速度保持不变，那么它的行驶距离与行驶时间成正比。

我们可以画出速度为 50 km/h 的汽车的行驶距离与时间关系图。

Tempo (ore)	Distanza (km)
0	0
1	50
2	100
3	150
4	200
5	250



Tempo (ore)	时间（小时）
Distanza (km)	距离（公里）

3

什么时候两个量成反比？

两个相互依存的变量若按**相反比率**变化，则这两个量**成反比**。

比如：

· 若第一个量变为**两倍**或**三倍**，第二个量则变为**一半**或**三分之一**；

· 若第一个量变为**一半**或**三分之一**，第二个量则变为**两倍**或**三倍**。

举例

工人 工人的数量与完成一项工作所需的时间成反比。

若 5 名工人能在 14 天内完成一项工作，那么 10 名工人能在几天内完成同样的工作？

n. operai	n. giorni
5	14
10	x

$5 : 10 = x : 14$

$x = \frac{5 \cdot 14}{10} = 7$ giorni

n. operai	工人数量
n. giorni	天数
giorni	天

4

什么是反比例图像？

若 x 与 y 两个变量成反比，那么它们对应值的**比率** $\boldsymbol{k}$ 保持**不变**，k 称作**反比例系数**。

反比例关系可用公式表示为：

$x \cdot y = k$ 或 $y = \frac{k}{x}$

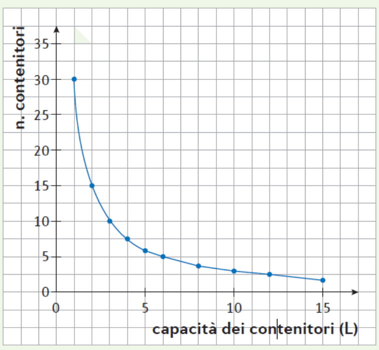
反比例**图像**是一条**双曲线**。

举例

油 Gianni 先生需要将 30 升油装入相同的容器中。他可以使用瓶子、罐子或坛子：容器的数量与容量成反比。

我们可以画出所需容器数量与所选容器容量的关系图。

Capacità dei contenitori (L)	n. bottiglie
1	30
2	15
3	10
4	7,5
5	6
6	5
8	3,75
10	3
12	2,5
15	2



Capacità dei contenitori (L)	容器容量（升）
n. bottiglie	瓶子数量

5

什么是正比分布问题?

正比分布问题是将一个量**分为**两个或多个与其他数字**成正比**的部分的应用题。

举例

将 100 分为与数字 1、2、5 成正比的三部分。

- 我们先计算数字的和：$1 + 2 + 5 = 8$。
- 用 x、y、z 来表示 100 应分成的三个部分。
- 解三个比例：每个数字比它们的和等于未知数比 100。

I parte	II parte	III parte
$1 : 8 = x : 100$	$2 : 8 = y : 100$	$5 : 8 = z : 100$
$x = \frac{100 \cdot 1}{8} = 12{,}5$	$y = \frac{100 \cdot 2}{8} = 25$	$z = \frac{100 \cdot 5}{8} = 62{,}5$

I parte	第一部分
II parte	第二部分
III parte	第三部分

6

什么是反比分布问题?

反比分布问题是将一个量**分为**两个或多个与其他数字**成反比**的部分的应用题。

将一个量分为与数字 a、b、c……**成反比**的部分**等同于**将这个量分为与这些数字的**倒数**，即 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \ldots$ **成正比**的部分。

举例

将 100 分为与数字 1、3 成反比的两部分。

- 我们先计算数字倒数的和：$\frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$。
- 用 x、y 来表示 100 应分成的两个部分。
- 解两个比例：

I parte	II parte
$\frac{1}{1} : \frac{4}{3} = x : 100 \quad x = 100 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{4} = 75$	$\frac{1}{3} : \frac{4}{3} = y : 100 \quad y = 100 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = 25$

I parte	第一部分
II parte	第二部分