AVVERTENZA
Lo scopo di questa sintesi multilingue è fornire un aiuto ai ragazzi che non hanno ancora acquisito dimestichezza con la lingua italiana.
Il testo della sintesi è completamente tradotto nelle 5 lingue, mentre per ciascuna immagine abbiamo ritenuto più utile fornire una tabella con la traduzione dei vocaboli e dei commenti, senza adattarne i contenuti.

NOTE
The purpose of this multi-language summary is to provide help to students who are still not completely familiar with the Italian language.
The entire summary text has been translated into 5 languages, however for the images we considered it to be more useful to provide a table including the translated words and comments and to leave their contents unaltered.

ATENCIÓN
El objetivo de este resumen multilingüe es proporcionar una ayuda a los chicos que aún no están plenamente familiarizados con la lengua italiana.
El texto del resumen está totalmente traducido a los 5 idiomas, mientras que para las imágenes hemos considerado más útil presentar una tabla con la traducción de las palabras y los comentarios, sin adaptar los contenidos.

NOTĂ
Obiectivul acestei sinteze multilingve este de a ajuta elevii care nu sunt pe deplin familiarizați cu limba italiană.
Textul sintezei este tradus integral în 5 limbi; totuși, pentru fiecare imagine în parte am considerat că este mai util să furnizăm un tabel cu traducerea cuvintelor și a comentariilor fără a modifica conținutul.

تنبيه

الهدف من هذا الملخص المتعدد اللغات هو تقديم مساعدة للطلاب الذين لم يكتسبوا جيدًا مهارات اللغة الإيطالية بعد.

نص الملخص مُترجم إلى خمس لغات، بينما رأينا أنه أكثر إفادة لكل صورة تقديم جدول بترجمة المصطلحات والتعليقات، دون تعديل محتوياتها.

注意

本多语言教材旨在帮助尚未掌握意大利语的学生更好地学习。

教材所有内容被翻译为 5 种语言，基于实用性，图片则以原文呈现，配有词汇表与评论。

LE FRAZIONI

1
COS'È UNA FRAZIONE E COME SI INDICA?

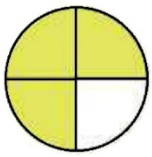
La scrittura $\frac{a}{b}$ (con *b* diverso da 0) rappresenta una **frazione** e significa che una unità è divisa in *b* parti uguali e di queste se ne considerano *a*.

Il numero *a* è il **numeratore**, il numero *b* il **denominatore**.

Se il numeratore è 1, la frazione $\frac{1}{b}$ si chiama **unità frazionaria**.

Una frazione si può anche usare per indicare una **parte di un gruppo**. In questo caso non è necessario che le parti siano identiche.

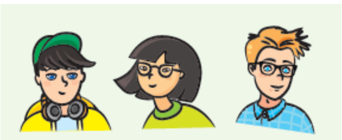
ESEMPI



• Il cerchio è diviso in 4 parti. Si considerano le parti colorate in verde, che sono 3.

La frazione rappresentata è $\frac{3}{4}$, e si legge "tre quarti".

Il suo numeratore è 3 e il denominatore è 4.



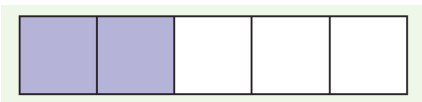
• I maschi sono 2 su 3 persone del gruppo. Quindi i maschi sono i $\frac{2}{3}$.

2
COSA SONO DUE FRAZIONI COMPLEMENTARI?

Due frazioni che messe assieme formano una unità si chiamano frazioni **complementari**.

ESEMPIO

La striscia rappresenta un'unità.



La parte colorata rappresenta $\frac{2}{5}$ e la parte bianca $\frac{3}{5}$. Le due frazioni messe assieme formano $\frac{5}{5}$, cioè l'unità.

Perciò $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{5}$ sono complementari.

3
COME SI CALCOLA LA FRAZIONE DI UN NUMERO?

Per calcolare una **frazione di un numero** si **divide** il numero per il **denominatore** della frazione e si **moltiplica** il risultato per il **numeratore**.

ESEMPIO

15 è uguale ai $\frac{3}{8}$ di 40:

$$40 : \underbrace{8}_{\text{divido per il denominatore}} \cdot \overbrace{3}^{\text{moltiplico per il numeratore}} = 15$$

4

COSA SIGNIFICA CHE LA FRAZIONE È ANCHE UN NUMERO?

Dati due numeri interi a e b , la frazione $\frac{a}{b}$ indica il **quoziente** della divisione $a : b$, che può essere un numero intero o decimale.

ESEMPIO

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0{,}8$$

5

COME SI CLASSIFICANO LE FRAZIONI?

• Le **frazioni proprie** hanno il numeratore **minore** del denominatore perciò sono minori di una unità.

• Le **frazioni improprie** hanno il numeratore **maggiore o uguale** del denominatore perciò sono maggiori o uguali di una unità.

• Le **frazioni apparenti** sono frazioni improprie che hanno il numeratore **multiplo** del denominatore e quindi sono uguali a una o più unità.

ESEMPI

• $\frac{4}{7}$ è propria perché $4 < 7$

• $\frac{7}{4}$ è impropria perché $7 > 4$

• $\frac{14}{7}$ è apparente perché 14 è multiplo di 7

6

CHE COSA SONO DUE FRAZIONI EQUIVALENTI E COME SI OTTENGONO?

Due frazioni scritte con numeri diversi, ma che indicano la stessa parte dell’unità, sono **equivalenti**.

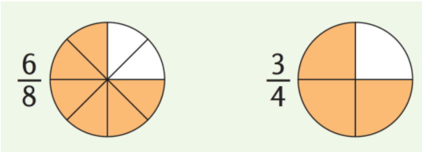
Per indicare che due frazioni sono equivalenti si usa il simbolo “=”.

La **proprietà invariantiva** dice che il valore di una frazione non cambia se **moltiplichiamo** o **dividiamo** il numeratore e il denominatore per uno stesso numero **diverso da 0**.

Data una frazione qualsiasi, applicando la proprietà invariantiva possiamo ottenere altre frazioni equivalenti.

ESEMPIO

Le frazioni $\frac{6}{8}$ e $\frac{3}{4}$ sono equivalenti, perché indicano la stessa parte dell'unità.



Per la proprietà invariantiva, infatti:

$$\frac{6:2}{8:2}=\frac{3}{4}$$

7

COSA SIGNIFICA RIDURRE UNA FRAZIONE AI MINIMI TERMINI E COME SI FA?

Una frazione si dice **ridotta ai minimi termini** (o **irriducibile**) quando il numeratore e il denominatore non hanno divisori comuni maggiori di 1, cioè sono primi fra loro.

Per ridurre una frazione ai minimi termini si può procedere per **riduzioni successive**: si dividono più volte numeratore e denominatore per un loro divisore comune maggiore di 1, fino a ottenere una frazione irriducibile.

ESEMPIO

Dividendo per 2 e poi per 3 il numeratore e il denominatore di $\frac{36}{42}$, si ha:

$$\frac{{}^{18}\cancel{36}}{{}_{21}\cancel{42}}=\frac{\cancel{18}^{6}}{\cancel{21}_{7}}=\frac{6}{7}$$

6 e 7 sono primi fra loro fra loro, quindi $\frac{6}{7}$ è irriducibile

8

COME SI RIDUCONO DUE FRAZIONI AL MINIMO COMUNE DENOMINATORE?

Per **ridurre** due frazioni **al minimo comune denominatore** (cioè per portarle a uno stesso denominatore, il più piccolo possibile), si procede così:

1) si riducono le frazioni ai **minimi termini**;

2) si calcola il **mcm dei loro denominatori**;

3) si **trasformano le frazioni** in altre equivalenti aventi come denominatore il mcm trovato.

ESEMPIO

$\frac{4}{9}$ e $\frac{22}{12}$

1) $\frac{4}{9}$ è irriducibile

$\frac{22}{12}=\frac{11}{6}$ è ai minimi termini

2) mcm (9, 6) = 18

3) $\frac{4}{9}=\frac{8}{18}$ e $\frac{11}{6}=\frac{33}{18}$

9

COME SI CONFRONTANO DUE FRAZIONI?

• Tra due frazioni che hanno lo **stesso denominatore** è maggiore quella che ha il numeratore maggiore.

• Tra due frazioni che hanno lo **stesso numeratore** è maggiore quella che ha il denominatore minore.

• Una **frazione impropria** è sempre maggiore di una **frazione propria**.
• Per confrontare due frazioni **qualsiasi** si riducono le frazioni a denominatore comune e si confrontano le frazioni ottenute.

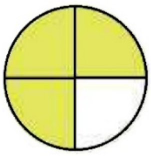
ESEMPIO
• $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$ (stesso denominatore)
• $\frac{8}{9} < \frac{8}{11}$ (stesso numeratore)
• $\frac{6}{15} < \frac{13}{11}$ (propria e impropria)
• $\frac{3}{10} < \frac{6}{15}$. Infatti:
$\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$ $\quad \frac{6}{15} = \frac{12}{30}$ $\quad$ e $\quad \frac{9}{30} < \frac{12}{30}$

FRACTIONS

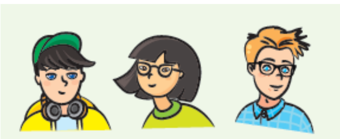
1
WHAT IS A FRACTION AND HOW IS IT WRITTEN?

The expression $\frac{a}{b}$ (with b not equal to 0) represents a **fraction** and it means that a unit is divided into b equal parts and the number of those parts in consideration is a.
The number a is the **numerator**, the number b the **denominator**.
If the numerator is 1, the fraction $\frac{1}{b}$ is called a **unit fraction**.
A fraction can also be used to represent a **part of a group**. In this case it is not necessary for the parts to be identical.

EXAMPLES



• A circle is divided into 4 parts. The parts in green are those in consideration, there are 3 of them.
The fraction represented is $\frac{3}{4}$, and is read as “three quarters”.
Its numerator is 3 and its denominator is 4.

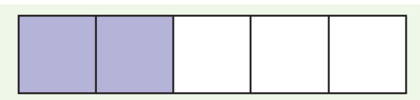


• 2 out of 3 people in the group are boys. Hence boys represent $\frac{2}{3}$ of the group.

2
WHAT ARE TWO COMPLEMENTARY FRACTIONS?

Two fractions which, when put together, form a whole unit are called complementary fractions.

EXAMPLE
The strip represents a whole unit.



The shaded part is $\frac{2}{5}$ of the strip and the white part is $\frac{3}{5}$. The two fractions together form $\frac{5}{5}$, i.e. the whole unit.
Therefore $\frac{2}{5}$ and $\frac{2}{5}$ are complementary.

3
HOW TO CALCULATE THE FRACTION OF A NUMBER?

To calculate the **fraction of a number,** we **divide** the number by the fraction's **denominator** and **multiply** the result by the **numerator**.

EXAMPLE

15 is $\frac{3}{8}$ of 40:

$$40 \underbrace{:\ 8}_{\text{divido per il denominatore}} \overbrace{\cdot\ 3}^{\text{moltiplico per il numeratore}} = 15$$

moltiplico per il numeratore	multiply by the numerator
divido per il denominatore	divide by the denominator

4

WHAT DOES IT MEAN THAT A FRACTION IS ALSO A NUMBER?

Given two integers a and b, the fraction $\frac{a}{b}$ represents the **quotient** of the division $a : b$, which can be an integer or a decimal number.

EXAMPLE

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0{,}8$$

5

HOW TO CLASSIFY FRACTIONS?

• **Proper fractions** have a numerator which is **less than** the denominator, therefore they are less than 1.
• **Improper fractions** have a numerator which is **greater than or equal to** the denominator, therefore they are greater than or equal to 1.
• **Apparent fractions** are improper fractions which have a numerator which is a **multiple** of the denominator, therefore they are equal to an integer.

EXAMPLES

• $\frac{4}{7}$ is a proper fraction because $4 < 7$
• $\frac{7}{4}$ is an improper fraction because $7 > 4$
• $\frac{14}{7}$ is an apparent fraction because 14 is a multiple of 7

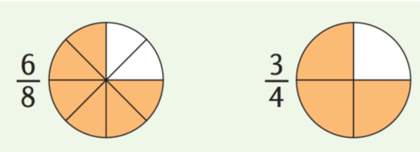
6

WHAT ARE TWO EQUIVALENT FRACTIONS AND HOW TO OBTAIN THEM?

Two fractions that are written with different numbers, but which represent the same part of a whole unit are **equivalent**.
To indicate that two fractions are equivalent the symbol “=” is used.
The **property of equality** states that the value of a fraction stays the same if the numerator and denominator are **multiplied** or **divided** by the same **non-zero** number.
Given any fraction, by applying the property of equality it is possible to obtain other equivalent fractions.

EXAMPLE

The fractions $\frac{6}{8}$ and $\frac{3}{4}$ are equivalent, because they represent the same part of a whole unit.



Indeed, applying the property of equality:

$$\frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}$$

7

WHAT DOES REDUCING A FRACTION TO LOWEST TERMS MEAN AND HOW TO DO IT?

A fraction is **reduced to lowest terms** (or is **irreducible**) when the numerator and the denominator have no common divisors except for 1, in other words they are relatively prime.

Successive reductions can be used to reduce a fraction to lowest terms: the numerator and denominator are divided several times by a common divisor greater than 1, until the fraction becomes irreducible.

EXAMPLE

Dividing the numerator and denominator of $\frac{36}{42}$ by 2 and then by 3, we obtain:

$$\frac{\overset{18}{\cancel{36}}}{\underset{21}{\cancel{42}}} = \frac{\overset{6}{\cancel{18}}}{\underset{7}{\cancel{21}}} = \frac{6}{7}$$

6 e 7 sono primi fra loro fra loro, quindi $\frac{6}{7}$ è irriducibile

6 e 7 sono primi fra loro, quindi 6/7 è irriducibile	6 and 7 are relatively prime, therefore 6/7 is irreducible.

8

HOW TO REDUCE TWO FRACTIONS TO THE LOWEST COMMON DENOMINATOR?

To **reduce** two fractions **to the lowest common denominator** (i.e. give them the same denominator, the smallest possible), proceed as follows:

1) reduce the fractions to **lowest terms**;

2) calculate the **LCD of their denominators**;

3) **transform the fractions** into other equivalent fractions which have the calculated LCD as their denominator.

EXAMPLE

$\frac{4}{9}$ and $\frac{22}{12}$

1) $\frac{4}{9}$ is irreducible

$\frac{22}{12} = \frac{11}{6}$ reduced to lowest terms

2) LCD (9, 6) = 18

3) $\frac{4}{9} = \frac{18}{8}$ and $\frac{11}{6} = \frac{33}{18}$

9

HOW TO COMPARE TWO FRACTIONS?

• Of two fractions with the **same denominator** the largest is the one with the greatest numerator.

• Of two fractions with the **same numerator** the largest is the one with the lowest denominator.

• An **improper fraction** is always larger than a **proper fraction**.

• To compare **any** two fractions not covered by the above situations, reduce the fractions to the lowest common denominator and compare the fractions obtained.

EXAMPLE

• $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$ (same denominator)

• $\frac{8}{9} < \frac{8}{11}$ (same numerator)

• $\frac{6}{15} < \frac{13}{11}$ (proper and improper)

• $\frac{3}{10} < \frac{6}{15}$. Since:

$\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$, $\frac{6}{15} = \frac{12}{30}$ and $\frac{9}{30} < \frac{12}{30}$

LAS FRACCIONES

1
¿QUÉ ES UNA FRACCIÓN Y CÓMO SE REPRESENTA?

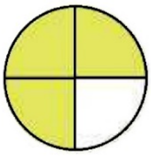
La expresión $\frac{a}{b}$ (siendo *b* distinto de 0) representa una **fracción** y significa que una unidad se divide en *b* partes iguales, de las cuales se toman a.

El número *a* es el **numerador**, y el número *b*, el **denominador**.

Si el numerador es 1, la fracción $\frac{1}{b}$ se denomina **unidad fraccionaria**.

Una fracción también se puede utilizar para indicar una **parte de un grupo**. En este caso no es necesario que las partes sean idénticas.

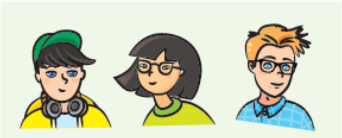
EJEMPLOS



• El círculo está dividido en 4 partes. Se toman las partes en color verde, que son 3.

La fracción representada es $\frac{3}{4}$, y se lee «tres cuartos».

Su numerador es 3 y su denominador es 4.



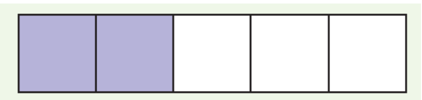
• Los chicos son 2 de las 3 personas del grupo. Por tanto, los chicos son $\frac{2}{3}$.

2
¿QUÉ SON LAS FRACCIONES COMPLEMENTARIAS?

Dos fracciones que sumadas forman una unidad se llaman fracciones **complementarias**.

EJEMPLO

La barra representa una unidad.



La parte en color representa $\frac{2}{5}$ y la parte blanca $\frac{3}{5}$. Las dos fracciones sumadas constituyen $\frac{5}{5}$, es decir, una unidad. Por tanto, $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$ son complementarias.

3
¿CÓMO SE CALCULA LA FRACCIÓN DE UN NÚMERO?

Para calcular una **fracción de un número** se **divide** el número entre el **denominador** de la fracción y se **multiplica** el resultado por el **numerador**.

EJEMPLO

15 es igual a $\frac{3}{8}$ de 40:

$$40 \underbrace{: 8}_{\text{divido per il denominatore}} \overbrace{\cdot\ 3}^{\text{moltiplico per il numeratore}} = 15$$

moltiplico per il numeratore	multiplico por el numerador
divido per il denominatore	divido entre el denominador

4

¿QUÉ QUIERE DECIR QUE LA FRACCIÓN TAMBIÉN ES UN NÚMERO?

Dados dos números enteros a y b , la fracción $\frac{a}{b}$ indica el **cociente** de la división a : b, que puede ser un número entero o decimal.

EJEMPLO

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0{,}8$$

5

¿CÓMO SE CLASIFICAN LAS FRACCIONES?

• Las **fracciones propias** tienen el numerador **menor** que el denominador, por lo que son menores que una unidad.
• Las **fracciones impropias** tienen el numerador **mayor o igual** que el denominador, por lo que son mayores o iguales que una unidad.
• Las **fracciones aparentes** son fracciones impropias cuyo numerador es **múltiplo** del denominador, por lo que son iguales a una o varias unidades.

EJEMPLOS
• $\frac{4}{7}$ es propia, porque $4 < 7$
• $\frac{7}{4}$ es impropia, porque $7 > 4$
• $\frac{14}{7}$ es aparente, porque 14 es múltiplo de 7

6

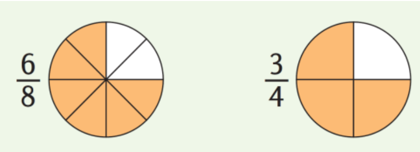
¿QUÉ SON DOS FRACCIONES EQUIVALENTES Y CÓMO SE OBTIENEN?

Dos fracciones expresadas con números distintos, pero que indican la misma parte de la unidad, se denominan **equivalentes**.
Para indicar que dos fracciones son equivalentes, se utiliza el símbolo «=».
La **propiedad fundamental** establece que el valor de una fracción no cambia si **multiplicamos** o **dividimos** el numerador y el denominador por el mismo número **distinto de 0**.

Dada una fracción cualquiera, si aplicamos la propiedad fundamental podemos obtener otras fracciones equivalentes.

EJEMPLO

Las fracciones $\frac{6}{8}$ y $\frac{3}{4}$ son equivalentes, ya que se refieren a la misma parte de la unidad.



Así, pues, según la propiedad fundamental:

$$\frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}$$

7

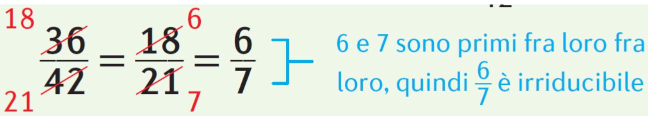
¿QUÉ SIGNIFICA SIMPLIFICAR UNA FRACCIÓN A SU MÍNIMA EXPRESIÓN Y CÓMO SE HACE?

Se dice que una fracción está **simplificada a su mínima expresión** (o es **irreducible**) cuando el numerador y el denominador no tienen divisores comunes mayores de 1, es decir, son primos entre sí.

Para simplificar una fracción a su mínima expresión, se puede realizar mediante **simplificaciones sucesivas**: se dividen varias veces el numerador y el denominador por un divisor común mayor de 1 hasta obtener una fracción irreducible.

EJEMPLO

Dividiendo entre 2 y luego entre 3 el numerador y el denominador de $\frac{36}{42}$, se obtiene:



6 e 7 sono primi fra loro, quindi 6/7 è irriducibile	6 y 7 son primos entre sí, por lo que 6/7 es irreducible.

8

¿CÓMO SE SIMPLIFICAN DOS FRACCIONES AL MÍNIMO COMÚN DENOMINADOR?

Para **simplificar** dos fracciones **al mínimo común denominador** (es decir, para que tengan el menor de los denominadores iguales posibles), se hace lo siguiente:

1) se simplifican las fracciones a su **mínima expresión**;

2) se halla el **mcm de sus denominadores**;

3) se **transforman las fracciones** en otras equivalentes que tengan como denominador el mcm hallado.

EJEMPLO

$\frac{4}{9}$ y $\frac{22}{12}$

1) $\frac{4}{9}$ es irreducible

$\frac{22}{12} = \frac{11}{6}$ está en su mínima expresión

2) mcm (9, 6) = 18

3) $\frac{4}{9} = \frac{8}{8}$ y $\frac{11}{6} = \frac{33}{18}$

9

¿CÓMO SE COMPARAN DOS FRACCIONES?

• Entre dos fracciones que tienen el **mismo denominador** es mayor la que tiene el mayor numerador.

• Entre dos fracciones que tienen el **mismo numerador** es mayor la que tiene el menor denominador.

• Una **fracción impropia** siempre es mayor que una **fracción propia**.

• Para comparar dos fracciones **cualquiera** se simplifican al denominador común y se comparan las fracciones obtenidas.

EJEMPLO

• $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$ (mismo denominador)

• $\frac{8}{9} < \frac{8}{11}$ (mismo numerador)

• $\frac{6}{15} < \frac{13}{11}$ (propia e impropia)

• $\frac{3}{10} < \frac{6}{15}$. Es decir:

$\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$, $\frac{6}{15} = \frac{12}{30}$ y $\frac{9}{30} < \frac{12}{30}$

FRACȚIILE

1
CE ESTE O FRACȚIE ȘI CUM SE SCRIE?

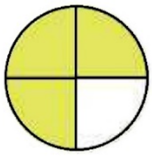
Expresia $\frac{a}{b}$ (unde *b* este diferit de 0) reprezintă o **fracție** și înseamnă că o unitate este împărțită la *b* în părți egale și că numărul acelor părți este a.

Numărul *a* este **numărătorul**, numărul *b* **numitorul**.

Dacă numărătorul este 1, fracția $\frac{1}{b}$ se numește **unitară**.

O fracție poate fi folosită și pentru a reprezenta o **parte a unui grup**. În acest caz, nu este necesar ca părțile să fie identice.

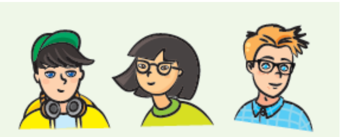
EXEMPLE



• Un cerc este împărțit în 4 părți. Sunt avute în vedere părțile colorate cu verde, în număr de 3.

Fracția reprezentată este $\frac{3}{4}$ și este citită ca „trei pătrimi”.

Numărătorul este 3, iar numitorul 4.



• 2 din 3 persoane din grup sunt băieți. Astfel, băieții reprezintă $\frac{2}{3}$ din grup.

2
CE SUNT DOUĂ FRACȚII COMPLEMENTARE?

Două fracții care adunate formează o unitate întreagă se numesc complementare.

EXEMPLU

Banda reprezintă o unitate.

Partea hașurată reprezintă $\frac{2}{5}$, iar partea albă este $\frac{3}{5}$. Cele două fracții împreună formează $\frac{5}{5}$, și anume unitatea întreagă.

Prin urmare $\frac{2}{5}$ și $\frac{3}{5}$ sunt complementare.

3
CUM SE CALCULEAZĂ O FRACȚIE DINTR-UN NUMĂR?

Pentru a calcula **o fracție dintr-un număr, împărțim** numărul la **numitorul** fracției și **înmulțim** rezultatul la **numărător**.

EXEMPLU

15 este $\frac{3}{8}$ din 40:

$$40 \underbrace{: 8}_{\text{divido per il denominatore}} \overbrace{\cdot 3}^{\text{moltiplico per il numeratore}} = 15$$

moltiplico per il numeratore	înmulțire cu numărătorul
divido per il denominatore	împărțire la numitor

4
CE ÎNSEAMNĂ CĂ O FRACȚIE ESTE DE ASEMENEA UN NUMĂR?

Se dau două numere întregi *a* și *b*, fracția $\frac{a}{b}$ reprezintă **câtul** împărțirii dintre *a* : *b*, care poate fi un număr întreg sau zecimal.

EXEMPLU

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0{,}8$$

5
CUM SE CLASIFICĂ FRACȚIILE?

• **Fracțiile subunitare** au un numărător care este **mai mic** decât numitorul, prin urmare sunt mai mici decât 1.

• **Fracțiile supraunitare** au un numărător care este **mai mare** decât numitorul, prin urmare sunt mai mari sau egale cu 1.

• **Fracțiile aparente** sunt fracții supraunitare al căror numărător este **multiplu** al numitorului, prin urmare sunt egale cu un număr întreg.

EXEMPLE

• $\frac{4}{7}$ este o fracție subunitară deoarece 4 < 7

• $\frac{7}{4}$ este o fracție supraunitară deoarece 7 > 4

• $\frac{14}{7}$ este o fracție aparentă deoarece 14 este multiplu de 7

6

CE SUNT DOUĂ FRACȚII ECHIVALENTE ȘI CUM POT FI OBȚINUTE?

Două fracții care sunt scrise cu numere diferite, dar care reprezintă aceeași parte a unității întregi sunt **echivalente**.

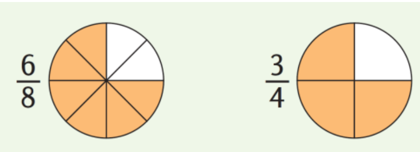
Pentru a indica faptul că două fracții sunt echivalente este folosit simbolul „=”.

Proprietatea de egalitate indică faptul că valoarea fracției rămâne aceeași dacă numărătorul și numitorul sunt **multiplicați** sau **împărțiți** la același număr **diferit de zero**.

Luând oricare fracție, prin aplicarea proprietății de egalitate, putem obține alte fracții echivalente.

EXEMPLU

Fracțiile $\frac{6}{8}$ și $\frac{3}{4}$ sunt echivalente deoarece reprezintă aceeași parte a unui număr întreg.



Astfel, aplicând proprietatea de egalitate:

$$\frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}$$

7

CE ÎNSEAMNĂ SIMPLIFICAREA UNEI FRACȚII CU CEL MAI MARE DIVIZOR COMUN AL NUMITORULUI ȘI NUMĂRĂTORULUI ȘI CUM SE EFECTUEAZĂ?

O fracție este **simplificată cu cel mai mare divizor comun al numitorului și numărătorului** (sau **ireductibilă**) când numărătorul și numitorul nu au divizori comuni, cu excepția lui 1, adică sunt relativ prime.

Simplificările succesive pot fi folosite pentru simplificarea unei fracții cu cel mai mare divizor comun al numitorului și numărătorului: numărătorul și numitorul sunt împărțite de mai multe ori cu un divizor comun mai mare de 1 până când fracția devine ireductibilă.

EXEMPLU

Prin împărțirea numărătorului și a numitorului lui $\frac{36}{42}$ cu 2 și apoi cu 3 obținem:

$$\frac{\overset{18}{\cancel{36}}}{\underset{21}{\cancel{42}}} = \frac{\overset{6}{\cancel{18}}}{\underset{7}{\cancel{21}}} = \frac{6}{7}$$

6 e 7 sono primi fra loro fra loro, quindi $\frac{6}{7}$ è irriducibile

6 e 7 sono primi fra loro, quindi 6/7 è irriducibile	6 și 7 sunt relativ prime, prin urmare 6/7 este ireductibil

8

CUM POT FI SIMPLIFICATE DOUĂ FRACȚII LA CEL MAI MIC NUMITOR COMUN?

Pentru **simplificarea** a două fracții **la cel mai mic numitor comun** (adică aducerea acestora la același numitor, cel mai mic posibil), procedați după cum urmează:

1) simplificați fracțiile **cu cel mai mare divizor comun al numitorului și numărătorului**;

2) calculați **cmmnc dintre numitorii acestora**;

3) **transformați fracțiile** în alte fracții echivalente care au cmmnc calculat ca numitor.

EXEMPLU

$\frac{4}{9}$ și $\frac{22}{12}$

1) $\frac{4}{9}$ este ireductibilă

$\frac{22}{12} = \frac{11}{6}$ simplificată cu cel mai mare divizor comun al numitorului și numărătorului

2) cmmnc (9, 6) = 18

3) $\frac{4}{9} = \frac{8}{8}$ și $\frac{11}{6} = \frac{33}{18}$

9

CUM SUNT COMPARATE DOUĂ FRACȚII?

• Dintre două fracții cu **același numitor**, mai mare este cea cu cel mai mare numărător.

• Dintre două fracții cu **același numărător**, mai mare este cea cu cel mai mic numitor.

• O **fracție supraunitară** este întotdeauna mai mare decât o **fracție subunitară**.

• Pentru a compara **oricare** două fracții care nu sunt vizate de situațiile de mai sus, simplificați fracțiile la cel mai mic numitor comun și comparați fracțiile obținute.

EXEMPLU

• $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$ (același numitor)

• $\frac{8}{9} < \frac{8}{11}$ (același numărător)

• $\frac{6}{15} < \frac{13}{11}$ (subunitară și supraunitară)

• $\frac{3}{10} < \frac{6}{15}$. Deoarece:

$\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$ $\frac{6}{15} = \frac{12}{30}$ și $\frac{9}{30} < \frac{12}{30}$

الكسور

1

ما هو الكسر وكيف يُشار إليه؟

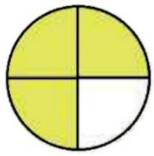
الرمز $\frac{a}{b}$ (عندما تساوي b أي رقم غير 0) يُمثل **كسرًا** ويعني أن الوحدة مقسمة على عدد b أجزاء متساوية ويعتبر العدد a جزءً منها.

العدد a هو **البسط**، والعدد b هو **المقام**.

إذا كان البسط هو 1، فالكسر $\frac{1}{b}$ يُسمى **وحدة كسر**.

يُمكن استخدام الكسر أيضًا من أجل الإشارة إلى **جزء من مجموعة ما**. في هذه الحالة ليس من الضروري أن تكون الأجزاء متطابقة.

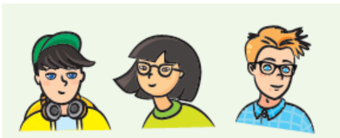
أمثلة



• الدائرة مقسمة على 4 أجزاء. يتم اعتبار الأجزاء الملونة باللون الأخضر، وهي 3 أجزاء.

الكسر المُمثل هو $\frac{3}{4}$، ويُقرأ "ثلاثة أرباع".

بسط الكسر هو 3 والمقام هو 4.



• الذكور هم 2 من أصل 3 أشخاص في المجموعة. بالتالي الذكور هما $\frac{2}{3}$.

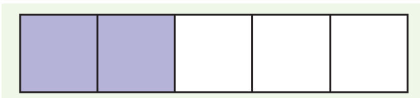
2

ما هما الكسرين التكميليان؟

الكسران الذين عند جمعهما معًا يشكلون وحدة واحدة يُطلق عليهم اسم الكسور **التكميلية**.

مثال

يُمثل الشريط وحدة واحدة.



يُمثل الجزء الملون $\frac{2}{5}$ والجزء الأبيض $\frac{3}{5}$. يشكل الجزءان المجمعان معًا $\frac{5}{5}$، أي الوحدة.

ولذلك الكسران $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{5}$. هم مكملان لبعضهما البعض.

3

كيف يتم حساب الكسر الخاص بعدد ما؟

من أجل حساب **الكسر الخاص بعدد ما** يتم **قسمة** العدد على **مقام** الكسر ويتم **ضرب** الناتج في **البسط**.

مثال

العدد 15 هو مساويًا $\frac{3}{8}$ من 40:

$$\underbrace{40 : 8}_{\text{divido per il denominatore}} \overbrace{\cdot\ 3}^{\text{moltiplico per il numeratore}} = 15$$

مضروب في البسط	moltiplico per il numeratore
مقسوم على المقام	divido per il denominatore

4

ما المقصود بأن الكسر هو أيضًا عدد؟

العددان الصحيحان المُعطيان a وb، الكسر $\frac{a}{b}$ يُشير إلى **ناتج قسمة** العدد $a : b$، الذي يُمكن أن يكون عددًا صحيحًا أو عشريًا.

مثال

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0{,}8$$

5

كيف يتم تصنيف الكسور؟

- **الكسور الحقيقية** يكون بسطها **أصغر** من المقام ولذلك تكون أقل من وحدة واحدة.
- **الكسور غير الحقيقية** يكون بسطها **أكبر من أو مساوي** للمقام ولذلك تكون أكبر من أو تساوي وحدة واحدة.
- **الكسور الظاهرية** هي كسور غير حقيقية يكون مقامها **مضاعف** لبسطها وبالتالي تكون مساوية لوحدة أو أكثر من وحدة.

أمثلة

- $\frac{4}{7}$ هو كسر حقيقي لأن $4 < 7$
- $\frac{7}{4}$ هو كسر غير حقيقي لأن $7 > 4$
- $\frac{14}{7}$ هو كسر واضح لأن العدد 14 مضاعفا للعدد 7

6

ما هما الكسران المتكافئان وكيف يتم الحصول عليهما؟

كسرين مكتوبين بأرقام مختلفة، لكنهما يُشيران إلى نفس الجزء من الوحدة، هما كسران **متكافئان**.

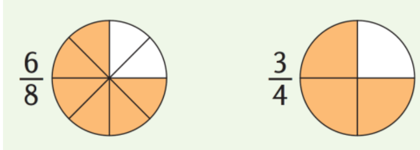
للإشارة إلى أن الكسرين متكافئين يُستخدم الرمز "=".

تفيد **خاصية عدم التغير** بأن قيمة الكسر لا تتغير إذا قمنا **بضرب** أو **قسمة** البسط والمقام في/على نفس العدد **باستثناء العدد** 0.

عند إعطاء أي كسر، من خلال تطبيق خاصية عدم التغير يمكننا الحصول على كسور متكافئة أخرى.

مثال

الكسرين $\frac{6}{8}$ و $\frac{3}{4}$ هما كسران متكافئان، لأنهما يشيران إلى نفس الجزء من الوحدة.



فيما يتعلق بخاصية عدم التغير، في الواقع:

$$\frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}$$

7

ما المقصود بتبسيط الكسور إلى أدنى حدود وكيف يتم عمل ذلك؟

يكون الكسر **مُبسطًا إلى أدنى حدود** (أو **قابل للتبسيط**) عندما لا يكون للبسط والمقام قواسم مشتركة أكبر من 1، أي أنهم أرقام أولية فيما بينهم.

من أجل تبسيط الكسر إلى أدنى حدود يُمكن القيام بعمليات **التبسيط المتتالية**: يتم قسمة البسط والمقام لأكثر من مرة على القاسم المشترك الأكبر من 1، لحين الحصول على كسر غير قابل للتبسيط.

مثال

عند تقسيم بسط ومقام الكسر $\frac{36}{42}$على 2 ثم على 3، نحصل على:

$$\frac{\cancel{36}^{\,18}}{\cancel{42}_{\,21}} = \frac{\cancel{18}^{\,6}}{\cancel{21}_{\,7}} = \frac{6}{7}$$

6 e 7 sono primi fra loro fra loro, quindi $\frac{6}{7}$ è irriducibile

العددان 6 و 7 هما عددان أوليان فيما بينهما، بالتالي 6/7 هو كسر غير قابل للتبسيط	6 e 7 sono primi fra loro, quindi 6/7 è irriducibile

8

كيف يتم تبسيط كسرين إلى المقام المشترك الأصغر؟

من أجل **تبسيط** كسرين إلى **المقام المشترك الأصغر** (أي من أجل توصيله إلى نفس المقام، بأصغر عدد ممكن)، يتم القيام بالتالي:

1) يتم تبسيط الكسور إلى **أصغر حدود**؛

2) يتم حساب **المضاعف المشترك الأصغر لمقامات الكسور**؛

3) يتم **تحويل الكسور** إلى كسور متكافئة أخرى يكون مقامها هو المضاعف المشترك الأصغر الذي تم إيجاد قيمته.

مثال

$\frac{4}{9}$ e $\frac{22}{12}$

1) $\frac{4}{9}$ è irriducibile

$\frac{22}{12} = \frac{11}{6}$ è ai minimi termini

2) mcm $(9, 6) = 18$

3) $\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$ e $\frac{11}{6} = \frac{33}{18}$

e	و
è irriducibile	هو كسر قابل للتبسيط
mcm	المضاعف المشترك الأصغر

9

كيف يتم مقارنة الكسور؟

- بين كسرين لهما **نفس المقام** يكون الكسر الأكبر هو ذلك الذي لديه بسط أكبر.
- بين كسرين لهما **نفس البسط** يكون الكسر الأكبر هو ذلك الذي لديه مقام أصغر.
- دائمًا ما يكون **الكسر غير الحقيقي** أكبر من **الكسر الحقيقي**.
- من أجل مقارنة كسرين من **أي نوع** يتم تبسيط الكسور إلى المقام المشترك ثم يتم مقارنة الكسور المتحصل عليها.

مثال

- $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$ (stesso denominatore)
- $\frac{8}{9} > \frac{8}{11}$ (stesso numeratore)
- $\frac{6}{15} < \frac{13}{11}$ (propria e impropria)
- $\frac{3}{10} < \frac{6}{15}$. Infatti:

  $\frac{3}{10} = \frac{9}{30} \qquad \frac{6}{15} = \frac{12}{30}$

  e $\quad \frac{9}{30} < \frac{12}{30}$

(stesso denominatore)	(نفس المقام)
(stesso numeratore)	(نفس البسط)
(propria e impropria)	(حقيقي وغير حقيقي)
Infatti	في الواقع
e	و

分数

1

什么是分数？如何表示分数？

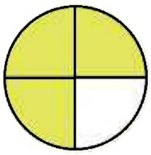
$\frac{a}{b}$（b 不是 0）表示**分数**，意为一个单位被分为 b 个相同的部分，并考虑其中的 a 部分。

其中 a 是**分子**，b 是**分母**。

若分子为 1，则分数 $\frac{1}{b}$称为**单位分数**。

分数也可用来表示**群体的一部分**。在这种情况下，各个部分不必完全相同。

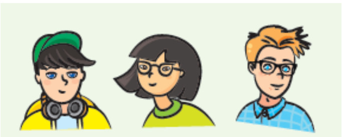
举例



· 圆圈被分为 4 部分。若考虑绿色的部分，则份数为 3。

用分数表示为 $\frac{3}{4}$，读作“四分之三”。

3 是分子，4 是分母。



· 3 个人中，有 2 个是男孩。因此男孩占 $\frac{2}{3}$。

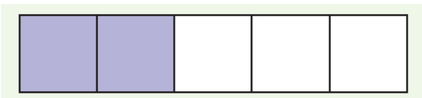
2

什么是互补分数？

若两个分数相加的结果是一个单位，那么这两个分数是**互补**分数。

举例

线段代表一个单位。



上色的部分为 $\frac{2}{5}$，白色的部分为$\frac{3}{5}$。两个部分合在一起就成为了 $\frac{5}{5}$，即上述单位。

因此，$\frac{2}{5}$与 $\frac{2}{5}$ 互补。

3

如何计算一个数的几分之几是多少?

计算**一个数的几分之几**时，先将数字**除以分母**，再将得出的结果**乘以分子**。

举例

15 是 40 的$\frac{3}{8}$:

$$\underbrace{40:8}_{\text{divido per il denominatore}}\overbrace{\cdot\ 3}^{\text{moltiplico per il numeratore}} = 15$$

moltiplico per il numeratore	乘以分子
divido per il denominatore	除以分母

4

为什么分数也是数字?

已知两个整数 a 与 b, $\frac{a}{b}$ 表示 $a:b$ 的**商**，其结果可能是整数，也可能是小数。

举例

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0{,}8$$

5

如何将分数分类?

· **真分数**是分子**小于**分母，即值小于 1 的分数。
· **假分数**是分子**大于或等于**分母，即值大于或等于 1 的分数。
· **表象分数**即分子是分母的**倍数**，即值大于或等于 1 的假分数。

举例

· $\frac{4}{7}$ 是真分数，因为 $4 < 7$
· $\frac{7}{4}$ 是假分数，因为 $7 > 4$
· $\frac{14}{7}$ 是表象分数，因为 14 是 7 的倍数。

6

什么是相等分数？如何求取相等分数？

两个用不同数字表达，却代表相同单位的相同部分的分数就是**相等**分数。

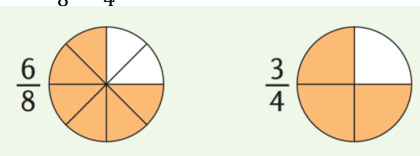
两个分数相等时，可用符号“=”来表示。

根据**不变性**，若将分子与分母同时**乘以**或**除以**相同的数（**0 除外**），分数值不变。

取任意一个分数，基于不变性，可求得与之相等的分数。

举例

分数 $\frac{6}{8}$ 与 $\frac{3}{4}$ 相等，因为它们代表相同单位的相同部分。



基于不变性，可知：

$$\frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}$$

7

什么是分数最简化？如何获得最简分数？

最简分数（或**既约分数**）是分子与分母只有公因数 1 的分数，或者说分子和分母互质的分数。

分数最简化可通过**约分**来实现：用分子和分母大于 1 的公因数去除分数的分子和分母，知道得出最简分数为止。

举例

将 $\frac{36}{42}$ 的分子与分母除以 2 后再除以 3，可得：

$$\frac{\cancel{36}^{\,18}}{\cancel{42}_{\,21}} = \frac{\cancel{18}^{\,6}}{\cancel{21}_{\,7}} = \frac{6}{7}$$

6 e 7 sono primi fra loro fra loro, quindi $\frac{6}{7}$ è irriducibile

6 e 7 sono primi fra loro, quindi 6/7 è irriducibile	6 和 7 互质，因此 6/7 是最简分数

8

如何将两个分数化简为分母相同的最简分数？

可按照以下方法，将两个分数**约分**为**分母相同**（即最小相同分母）的**最简分数**：

1) 将两个分数**最简化**；

2) 计算两个分数的**分母的最小公倍数**；

3) 将**分数转化为**分母是最小公倍数的相等分数；

举例

$\frac{4}{9}$ 与 $\frac{22}{12}$

1) $\frac{4}{9}$ 是既约分数

$\frac{22}{12} = \frac{11}{6}$为最简化

2) mcm (9, 6) = 18

3) $\frac{4}{9} = \frac{18}{8}$ 与 $\frac{11}{6} = \frac{33}{18}$

9

如何比较两个分数的大小?

· 若两个分数**分母相同**，则分子较大的分数更大。

· 若两个分数**分子相同**，则分母较小的分数更大。

· **假分数**总是大于**真分数**。

· 比较**任意**两个分数的大小时，应将它们转换为分母相同的最简分数，再进行比较。

举例

· $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$ （分母相同）

· $\frac{8}{9} < \frac{8}{11}$ （分子相同）

· $\frac{6}{15} < \frac{13}{11}$ （真分数与假分数）

· $\frac{3}{10} < \frac{6}{15}$.解：

$\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$ $\frac{6}{15} = \frac{12}{30}$ 而 $\frac{9}{30} < \frac{12}{30}$