AVVERTENZA
Lo scopo di questa sintesi multilingue è fornire un aiuto ai ragazzi che non hanno ancora acquisito dimestichezza con la lingua italiana.
Il testo della sintesi è completamente tradotto nelle 5 lingue, mentre per ciascuna immagine abbiamo ritenuto più utile fornire una tabella con la traduzione dei vocaboli e dei commenti, senza adattarne i contenuti.

NOTE
The purpose of this multi-language summary is to provide help to students who are still not completely familiar with the Italian language.
The entire summary text has been translated into 5 languages, however for the images we considered it to be more useful to provide a table including the translated words and comments and to leave their contents unaltered.

ATENCIÓN
El objetivo de este resumen multilingüe es proporcionar una ayuda a los chicos que aún no están plenamente familiarizados con la lengua italiana.
El texto del resumen está totalmente traducido a los 5 idiomas, mientras que para las imágenes hemos considerado más útil presentar una tabla con la traducción de las palabras y los comentarios, sin adaptar los contenidos.

NOTĂ
Obiectivul acestei sinteze multilingve este de a ajuta elevii care nu sunt pe deplin familiarizați cu limba italiană.
Textul sintezei este tradus integral în 5 limbi; totuși, pentru fiecare imagine în parte am considerat că este mai util să furnizăm un tabel cu traducerea cuvintelor și a comentariilor fără a modifica conținutul.

تنبيه

الهدف من هذا الملخص المتعدد اللغات هو تقديم مساعدة للطلاب الذين لم يكتسبوا جيدًا مهارات اللغة الإيطالية بعد.

نص الملخص مُترجم إلى خمس لغات، بينما رأينا أنه أكثر إفادة لكل صورة تقديم جدول بترجمة المصطلحات والتعليقات، دون تعديل محتوياتها.

注意

本多语言教材旨在帮助尚未掌握意大利语的学生更好地学习。

教材所有内容被翻译为 5 种语言，基于实用性，图片则以原文呈现，配有词汇表与评论。

INGRANDIMENTI, RIDUZIONI IN SCALA E SIMILITUDINE

1

COS'È IL RAPPORTO DI SCALA?

Il **rapporto di scala**, indicato con la lettera ***k***, è il rapporto fra le lunghezze in un disegno o modello e le corrispondenti lunghezze dell'oggetto reale.

$$k = \underbrace{L_d}_{\text{lunghezza nel disegno}} : \underbrace{L_r}_{\text{lunghezza nella realtà}}$$

L_d e L_r devono essere espresse nella stessa unità di misura.
Il rapporto di scala si può anche scrivere come frazione o numero decimale.
Se $k < 1$ si ha una **riduzione**; se $k > 1$ si ha un **ingrandimento**.

ESEMPIO

Aereo Il disegno di un aereo è lungo 5 cm.
Se l'aereo reale è lungo 33 m, qual è il rapporto di scala del disegno?

33 m = 3300 cm

$k = L_\mathrm{d} : L_\mathrm{r} = 5 : 3300 = 1 : 660 = \frac{1}{660} \approx 0{,}0015$

2

QUALI SONO I PROBLEMI DI BASE SUI DISEGNI IN SCALA?

• Calcolare il **rapporto di scala**:

$k = \frac{L_\mathrm{d}}{L_\mathrm{r}}$

• Calcolare la **lunghezza nella realtà**:

$L_\mathrm{r} = \frac{L_\mathrm{d}}{k}$

• Calcolare la **lunghezza nel disegno**:

$L_\mathrm{d} = k \cdot L_\mathrm{r}$

ESEMPI

• **Rapporto di scala** Lo squalo grigio in un disegno è lungo 9 cm mentre nella realtà è lungo 180 cm.
Qual è il rapporto di scala?

$k = \frac{9}{180} = 1 : 20 = 0{,}05$

• **Stazione-duomo** Nella mappa di una città in scala 1 : 5000 la distanza fra la stazione e il duomo è 22 cm.
Qual è la distanza reale fra i due luoghi?

$L_\mathrm{r} = \frac{L_\mathrm{d}}{k} = \frac{22}{\frac{1}{5000}} = 22 \cdot 5000 = 110000 \text{ cm} = 1100 \text{ m}$

• **Torre di Pisa** Mario vuole costruire un modello della torre di Pisa in scala 1 : 50. Se la torre nella realtà è alta 56 m, quanto sarà alto il modello?

$L_d = k \cdot L_r = \frac{1}{50} \cdot 56 = 1{,}12 \text{ m}$

3

QUANDO DUE POLIGONI SI DICONO SIMILI?

Due poligoni **sono simili** se hanno:

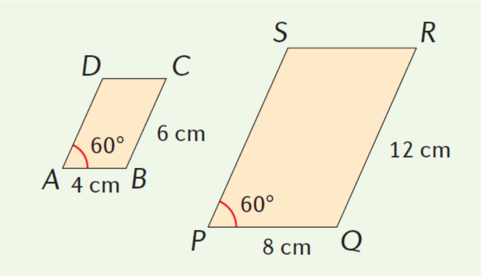
1) **gli angoli corrispondenti congruenti**;

2) **i lati corrispondenti in proporzione**.

Il rapporto costante fra le misure dei lati corrispondenti si chiama **rapporto di similitudine *k***.

ESEMPIO

I due parallelogrammi nella figura sono simili.



1) Gli angoli del primo parallelogramma misurano 60° e 120° (perché gli angoli adiacenti a ciascun lato sono supplementari) e lo stesso vale per il secondo parallelogramma.

Quindi gli angoli corrispondenti sono congruenti.

2) I rapporti fra i lati corrispondenti sono uguali e precisamente:

$\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (lo stesso vale per $\frac{\overline{CD}}{\overline{RS}}$)

$\frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (lo stesso vale per $\frac{\overline{DA}}{\overline{SP}}$)

Perciò i due parallelogrammi sono simili.

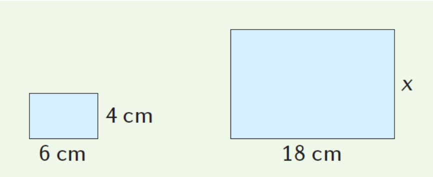
4

COME SI TROVA UNA MISURA INCOGNITA IN DUE POLIGONI SIMILI?

Si scrive una opportuna **proporzione** fra i lati corrispondenti e si calcola il termine incognito.

ESEMPIO

Rettangoli simili I due rettangoli in figura sono simili.



Quanto misura l’altezza del secondo rettangolo?

I lati corrispondenti sono in proporzione, quindi:

$6 : 18 = 4 : x$

$x = \frac{18 \cdot 4}{6} = 12 \text{ cm}$

5

QUALI SONO I CRITERI DI SIMILITUDINE DEI TRIANGOLI?

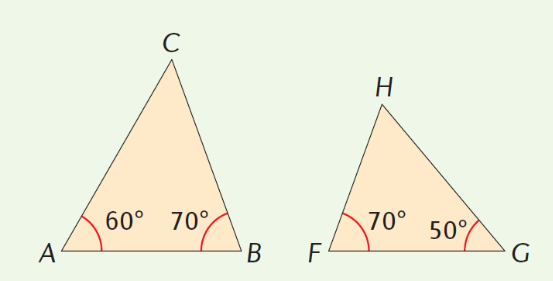
• **Primo criterio**: due triangoli sono simili se hanno i **tre angoli corrispondenti congruenti**.

• **Secondo criterio**: due triangoli sono simili se hanno **due lati corrispondenti in proporzione e l'angolo compreso congruente**.

• **Terzo criterio**: due triangoli sono simili se hanno i **tre lati corrispondenti in proporzione**.

ESEMPI

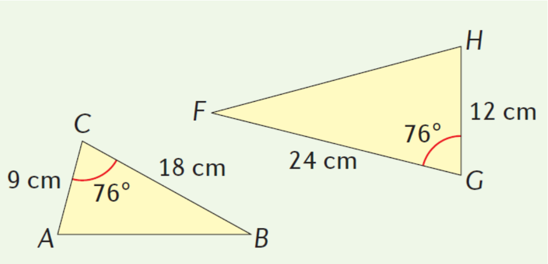
• *ABC* ed *FGH* sono simili per il primo criterio.



Infatti $\hat{C}$ = 180° − (60° + 70°) = 50° e $\hat{H}$ = 180° − (70° + 50°) = 60° .

Perciò i tre angoli di *ABC* misurano 60°, 70° e 50°, come anche i tre angoli di *FGH*.

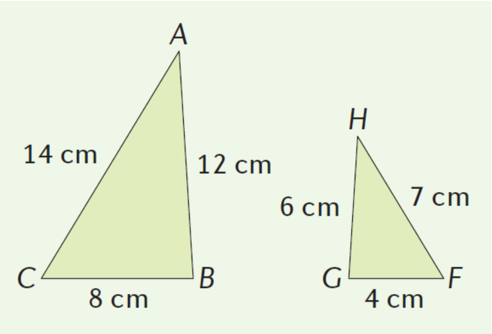
• *ABC* ed *FGH* sono simili per il secondo criterio.



Infatti i lati *AC* e *BC* sono corrispondenti rispettivamente di *GH* ed *FG*, e vale la proporzione:

$\frac{9}{12} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

• *ABC* ed *FGH* sono simili per il terzo criterio.



Infatti i tre lati corrispondenti sono in proporzione (in particolare i lati di *ABC* sono il doppio dei lati di *FGH*):

$\frac{14}{7} = \frac{8}{4} = \frac{12}{6} = 2$

6

COME SI CALCOLA L'ALTEZZA DI UN ALBERO USANDO LA SUA OMBRA?

1) Si usa un'asta verticale di cui si conosce l'altezza e si misurano le ombre prodotte dall'albero e dall'asta.

2) Si osserva che:

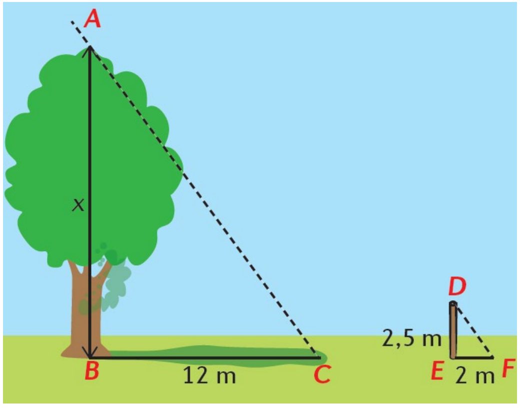
• l'albero, la sua ombra e i raggi del Sole formano un triangolo rettangolo;

• l'asta, la sua ombra e i raggi del Sole formano un triangolo rettangolo simile al precedente.

3) Si scrive la proporzione fra i lati corrispondenti dei due triangoli e si determina l'altezza incognita.

ESEMPIO

Altezza dell'albero Un albero fa un'ombra lunga 12 m mentre un'asta verticale alta 2,5 m fa un'ombra lunga 2 m.



Quanto è alto l'albero?

I triangoli *ABC* e *DEF* sono simili, perciò:

$AB : DE = BC : EF$

$x : 2{,}5 = 12 : 2$

$x = \dfrac{2{,}5 \cdot 12}{2} = 15$ m

SCALING UP, SCALING DOWN AND SIMILARITY

1

WHAT IS THE SCALE RATIO?

The **scale ratio**, denoted by the letter ***k***, is the relation between the dimensions of a drawing or model and the corresponding dimensions of the actual object.

$$k = \overset{\text{lunghezza nel disegno}}{L_d} : \overset{\text{lunghezza nella realtà}}{L_r}$$

lunghezza nel disegno	dimension of the drawing
lunghezza nella realtà	dimension in reality

L_d and L_r must have the same unit of measure.
The scale ratio can also be written as a fraction or a decimal number.
If $\boldsymbol{k < 1}$ it is **scaling down**; if $\boldsymbol{k > 1}$ it is **scaling up**.

EXAMPLE

Aeroplane The drawing of an aeroplane is 5 cm long.
If the actual aeroplane is 33 m long, what is the drawing's scale ratio?

33 m = 3300 cm

$$k = L_{\mathrm{d}} : L_{\mathrm{r}} = 5 : 3300 = 1 : 660 = \frac{1}{660} \approx 0{,}0015$$

2

WHAT ARE THE BASIC PROBLEMS THAT INVOLVE SCALE DRAWINGS?

• Calculate the **scale ratio**:

$$k = \frac{L_{\mathrm{d}}}{L_{\mathrm{r}}}$$

• Calculate the **actual dimension**:

$$L_{\mathrm{r}} = \frac{L_{\mathrm{d}}}{k}$$

• Calculate the **dimension in the drawing**:

$L_{\mathrm{d}} = k \cdot L_{\mathrm{r}}$

EXAMPLES

• **Scale ratio** A grey shark in a drawing is 9 cm long and is 180 cm long in reality.
What is the scale ratio?

$$k = \frac{9}{180} = 1 : 20 = 0{,}05$$

• **Station-cathedral** On a 1 : 5000 scale city map, the distance between the station and the cathedral is 22 cm. What's the actual distance between the two locations?

$$L_{\mathrm{r}} = \frac{L_{\mathrm{d}}}{k} = \frac{22}{\frac{1}{5000}} = 22 \cdot 5000 = 110000 \text{ cm} = 1100 \text{ m}$$

• **Tower of Pisa** Mario wants to build a 1 : 50 scale model of the Tower of Pisa. If the actual tower is 56 m tall, how tall will the model be?

$$L_d = k \cdot L_r = \frac{1}{50} \cdot 56 = 1{,}12 \text{ m}$$

3
WHEN ARE TWO POLYGONS SAID TO BE SIMILAR?

Two polygons **are similar** if they have:

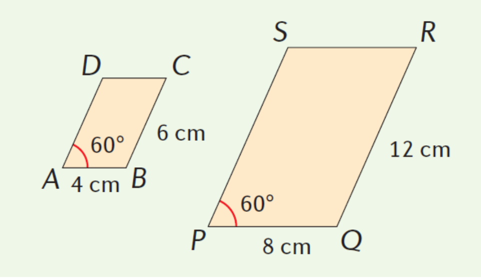
1) **corresponding angles of the same measure**;

2) **proportional corresponding sides**.

The constant ratio between the lengths of the corresponding sides is called the **similarity ratio *k***.

EXAMPLE

The two parallelograms in the figure are similar.



1) The angles in the first parallelogram measure 60° and 120° (because the angles adjacent to each side are supplementary) and the same is true for the second parallelogram.

So the corresponding angles are of the same measure.

2) The ratios between the corresponding sides are equal and more precisely:

$\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (the same is true for $\frac{\overline{CD}}{\overline{RS}}$)

$\frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (the same is true for $\frac{\overline{DA}}{\overline{SP}}$)

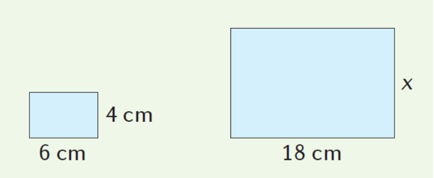
Hence, the two parallelograms are similar.

4
HOW TO FIND AN UNKNOWN DIMENSION IN TWO SIMILAR POLYGONS?

We write the appropriate **proportion** between the corresponding sides and calculate the unknown dimension.

EXAMPLE

Similar rectangles The two rectangles in the figure are similar.



What is the height of the second rectangle?

The corresponding sides are proportional, so:

6 : 18 = 4 : *x*

$x = \dfrac{18 \cdot 4}{6} = 12$ cm

5

WHAT ARE THE SIMILARITY CRITERIA FOR TRIANGLES?

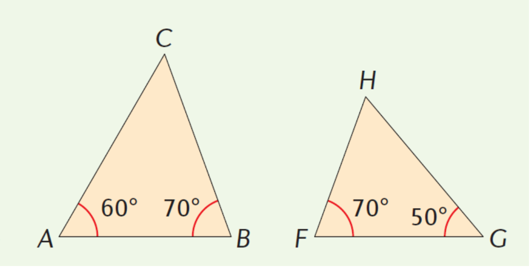
• **First criterion**: two triangles are said to be similar if they have **three corresponding angles of the same measure**.

• **Second criterion**: two triangles are said to be similar if **two of their corresponding sides are proportional and the included angle is of the same measure**.

• **Third criterion**: two triangles are said to be similar if their **three corresponding sides are proportional**.

EXAMPLES

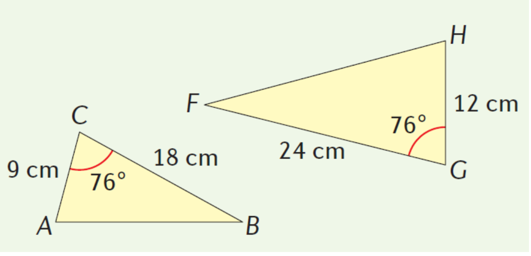
• *ABC* and *FGH* are similar as they satisfy the first criterion.



Since $\hat{C} = 180° - (60° + 70°) = 50°$ and $\hat{H} = 180° - (70° + 50°) = 60°$.

Therefore, the three angles of *ABC* measure 60°, 70° and 50°, as do the three angles of *FGH*.

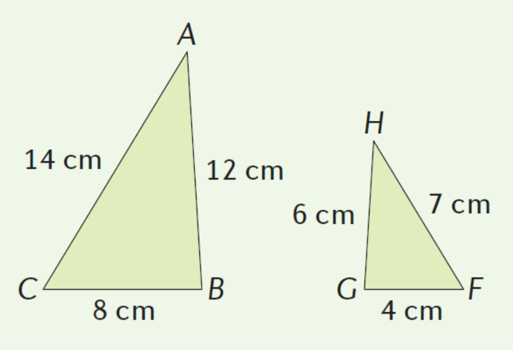
• *ABC* and *FGH* are similar as they satisfy the second criterion.



Since the sides *AC* and *BC* correspond to *GH* and *FG* respectively, and are proportional as follows:

$\frac{9}{12} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

• *ABC* and *FGH* are similar as they satisfy the third criterion.



Since the three corresponding sides are proportional (more precisely, the sides of *ABC* are twice those of *FGH*):

$\frac{14}{7} = \frac{8}{4} = \frac{12}{6} = 2$

6

HOW TO CALCULATE THE HEIGHT OF A TREE USING ITS SHADOW?

1) Using a vertical pole of known length we measure the shadows made by the tree and the pole.

2) We observe that:

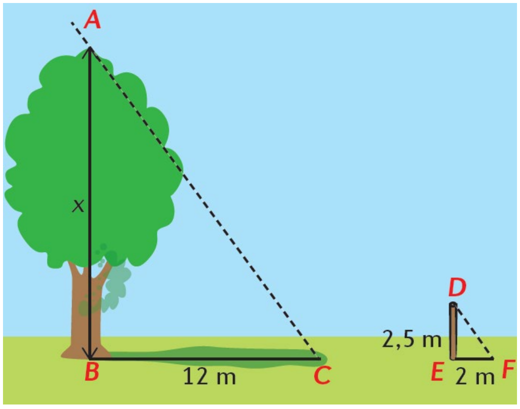
• the tree, its shadow and the Sun's rays create a right-angled triangle;

• the pole, its shadow and the Sun's rays create a right-angled triangle which is similar to the previous one.

3) We write a proportion between the corresponding sides of the two triangles and we calculate the unknown height.

EXAMPLE

Height of a tree A tree casts a 12 m long shadow and a 2,5 m vertical pole casts a 2 m long shadow.



How tall is the tree?

The triangles *ABC* and *DEF* are similar, so:

AB : *DE* = *BC* : *EF*

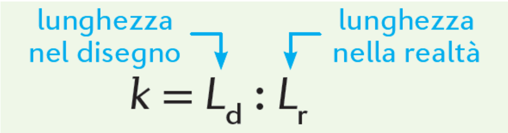
x : 2,5 = 12 : 2

$x = \frac{2{,}5 \cdot 12}{2} = 15$ m

AMPLIACIONES Y REDUCCIONES A ESCALA Y SEMEJANZA

1
¿QUÉ ES LA RELACIÓN DE ESCALA?

La **relación de escala**, indicada con la letra ***k***, es la relación entre las longitudes en un dibujo o modelo y las correspondientes longitudes del objeto real.



lunghezza nel disegno	longitud en el dibujo
lunghezza nella realtà	longitud en la realidad

L_d y L_r deben expresarse en la misma unidad de medida.
La relación de escala también se puede expresar como fracción o número decimal.
Si ***k* < 1**, se tiene una **reducción**; si ***k* > 1**, se tiene una ampliación.

EJEMPLO
Avión El dibujo de un avión mide 5 cm de longitud.
Si el avión de verdad mide 33 m de longitud, ¿cuál es la relación de escala del dibujo?

33 m = 3300 cm

$$k = L_{\mathrm{d}} : L_{\mathrm{r}} = 5 : 3300 = 1 : 660 = \frac{1}{660} \approx 0{,}0015$$

2
¿CUÁLES SON LOS PROBLEMAS BÁSICOS SOBRE LOS DIBUJOS A ESCALA?

• Calcular la **relación a escala**:

$$k = \frac{L_{\mathrm{d}}}{L_{\mathrm{r}}}$$

• Calcular la **longitud real**:

$$L_{\mathrm{r}} = \frac{L_{\mathrm{d}}}{k}$$

• Calcular la **longitud en el dibujo**:

$L_d = k \cdot L_r$

EJEMPLOS

• **Relación de escala** El tiburón gris, en un dibujo, mide 9 cm de longitud, mientras que en la realidad mide 180 cm.
¿Cuál es la relación de escala?

$$k = \frac{9}{180} = 1 : 20 = 0{,}05$$

• **Estación-catedral** En el mapa de una ciudad a escala 1 : 5000, la estación y la catedral están a 22 cm de distancia. ¿Cuál es la distancia real entre ambos lugares?

$$L_{\mathrm{r}} = \frac{L_{\mathrm{d}}}{k} = \frac{22}{\frac{1}{5000}} = 22 \cdot 5000 = 110000 \text{ cm} = 1100 \text{ m}$$

• **Torre de Pisa** Mario quiere construir un modelo de la torre de Pisa a escala 1 : 50. Si la torre mide en realidad 56 m de altura, ¿cuál será la altura del modelo?

$$L_d = k \cdot L_r = \frac{1}{50} \cdot 56 = 1{,}12 \text{ m}$$

3

¿CUÁNDO SE DICE QUE DOS POLÍGONOS SON SEMEJANTES?

Dos polígonos **son semejantes** si tienen:

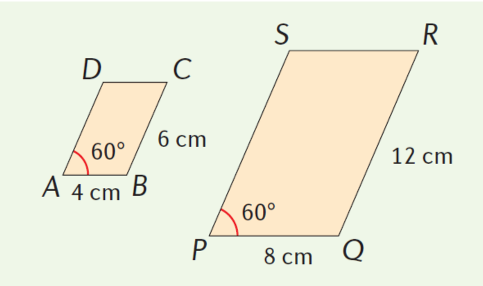
1) **los ángulos correspondientes congruentes**;

2) **los lados correspondientes proporcionales**.

La relación constante entre las medidas de los lados correspondientes se llama **relación de semejanza *k***.

EJEMPLO

Los dos paralelogramos de la figura son semejantes.



1) Los ángulos del primer paralelogramo miden 60° y 120° (porque los ángulos adyacentes a cada lado son suplementarios) y lo mismo se aplica al segundo paralelogramo.

Por lo tanto, los ángulos correspondientes son congruentes.

2) Las relaciones entre los lados correspondientes son iguales y por ello:

$\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (lo mismo se aplica a $\frac{\overline{CD}}{\overline{RS}}$)

$\frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (lo mismo se aplica a $\frac{\overline{DA}}{\overline{SP}}$)

Por lo tanto, los dos paralelogramos son semejantes.

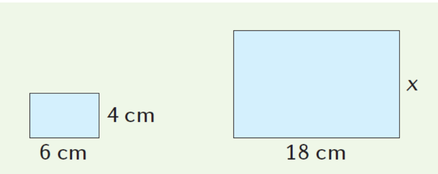
4

¿CÓMO SE HALLA UNA MEDIDA DESCONOCIDA EN DOS POLÍGONOS SEMEJANTES?

Se escribe una **proporción** oportuna entre los lados correspondientes y se calcula la incógnita.

EJEMPLO

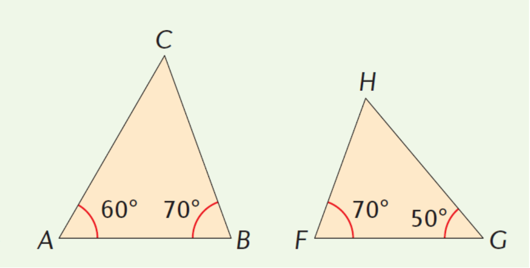
Rectángulos semejantes Los dos rectángulos de la figura son semejantes.



¿Cuánto mide la altura del segundo rectángulo?
Los lados correspondientes son proporcionales, por lo que:
$6 : 18 = 4 : x$
$x = \frac{18 \cdot 4}{6} = 12$ cm

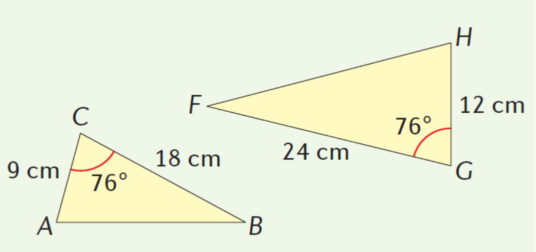
5
¿CUÁLES SON LOS CRITERIOS DE SEMEJANZA DE LOS TRIÁNGULOS?
• **Primer criterio**: dos triángulos son semejantes si tienen los **tres ángulos correspondientes congruentes**.
• **Segundo criterio**: dos triángulos son semejantes si tienen **dos lados correspondientes proporcionales y el ángulo incluido congruente**.
• **Tercer criterio**: dos triángulos son semejantes si tienen los **tres lados correspondientes proporcionales**.

EJEMPLOS
• *ABC* y *FGH* son semejantes por el primer criterio.



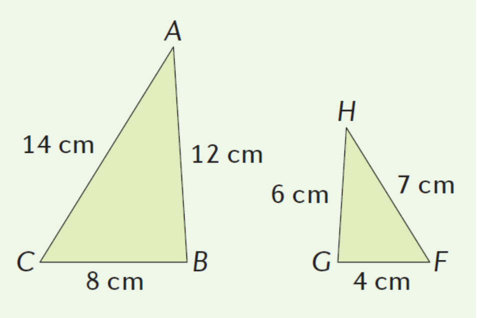
Es decir: $\hat{C} = 180° - (60° + 70°) = 50°$ e $\hat{H} = 180° - (70° + 50°) = 60°$.
Por consiguiente, los tres ángulos de *ABC* miden 60°, 70° y 50°, al igual que los tres ángulos de *FGH*.

• *ABC* y *FGH* son semejantes por el segundo criterio.



Los lados *AC* y *BC* son correspondientes respectivamente de *GH* y *FG*, y se aplica la proporción:
$\frac{9}{12} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

• *ABC* y *FGH* son semejantes por el tercer criterio.



Los tres lados correspondientes son proporcionales (en particular, los lados de *ABC* son el doble de los lados de *FGH*):

$\frac{14}{7} = \frac{8}{4} = \frac{12}{6} = 2$

6

¿CÓMO SE CALCULA LA ALTURA DE UN ÁRBOL USANDO SU SOMBRA?

1) Se utiliza un palo vertical cuya altura se conoce y se miden las sombras proyectadas por el árbol y por el palo.

2) Se observa que:

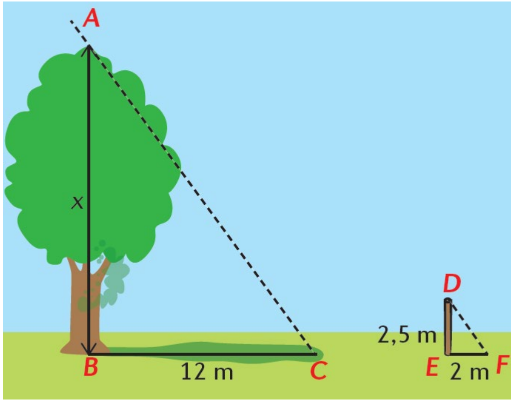
• el árbol, su sombra y los rayos del sol forman un triángulo rectángulo;

• el palo, su sombra y los rayos del sol forman un triángulo rectángulo semejante al anterior;

3) Se escribe la proporción entre los lados correspondientes de los dos triángulos y se determina la altura desconocida.

EJEMPLO

Altura del árbol Un árbol proyecta una sombra de 12 m de longitud. El palo vertical mide 2,5 m de longitud y proyecta una sombra de 2 m.



¿Cuánto mide el árbol?

Los triángulos *ABC* y *DEF* son semejantes, por lo que:

AB : *DE* = *BC* : *EF*

$x : 2{,}5 = 12 : 2$

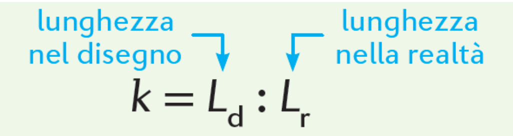
$x = \frac{2{,}5 \cdot 12}{2} = 15$ m

MĂRIREA LA SCARĂ, REDUCEREA LA SCARĂ ȘI SIMILITUDINEA

1

CE ESTE RAPORTUL DE SCARĂ?

Raportul de scară, notat cu litera ***k***, este raportul dintre dimensiunile unui desen sau model și dimensiunile corespunzătoare ale obiectului în sine.



lunghezza nel disegno	dimensiunea desenului
lunghezza nella realtà	dimensiunea în realitate

L_d și L_r trebuie să aibă aceeași unitate de măsură.
Raportul de scară poate fi scris și sub formă de fracție sau număr zecimal.
Dacă ***k* < 1** este **reducerea la scară**; dacă ***k* > 1** este **mărirea la scară**.

EXEMPLU

Avion Desenul unui avion are 5 cm lungime.
Dacă avionul efectiv are 33 m lungime, care este raportul de scară al desenului?

33 m = 3300 cm

$$k = L_{\mathrm{d}} : L_{\mathrm{r}} = 5 : 3300 = 1 : 660 = \frac{1}{660} \approx 0{,}0015$$

2

CARE SUNT PROBLEMELE DE BAZĂ CARE IMPLICĂ DESENELE LA SCARĂ?

• Calculați **raportul de scară**:

$$k = \frac{L_{\mathrm{d}}}{L_{\mathrm{r}}}$$

• Calculați **dimensiunea efectivă**:

$$L_{\mathrm{r}} = \frac{L_{\mathrm{d}}}{k}$$

• Calculați **dimensiunea în desen**:

$$L_{\mathrm{d}} = k \cdot L_{\mathrm{r}}$$

EXEMPLE

• **Raportul de scară** Un rechin gri dintr-un desen are 9 cm lungime, iar în realitate are 180 cm.
Care este raportul de scară?

$$k = \frac{9}{180} = 1 : 20 = 0{,}05$$

• **Stația catedrală** Pe o hartă a orașului cu o scară de 1 : 5000 distanța dintre stație și catedrală este de 22 cm. Care este distanța efectivă dintre cele două locații?

$$L_\mathrm{r} = \frac{L_\mathrm{d}}{k} = \frac{22}{\frac{1}{5000}} = 22 \cdot 5000 = 110000 \text{ cm} = 1100 \text{ m}$$

• **Turnul din Pisa** Mario vrea să construiască un model pe o scară de 1 : 50 a Turnului din Pisa. Dacă turnul real are 56 m, cât de înalt ca fi modelul?

$$L_d = k \cdot L_r = \frac{1}{50} \cdot 56 = 1{,}12 \text{ m}$$

3

CÂND SUNT DOUĂ POLIGOANE SIMILARE?

Două poligoane **sunt similare** dacă au:

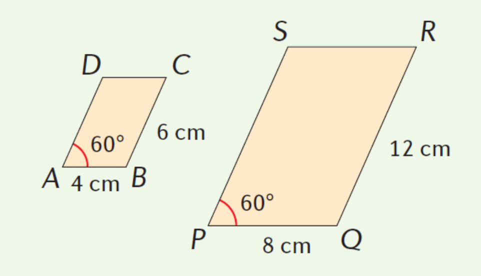
1) **unghiuri corespondente cu aceeași măsură**;

2) **laturi corespondente proporționale**.

Raportul constant între lungimile laturilor corespondente se numește **raport de similaritate *k***.

EXEMPLU

Cele două paralelograme din figură sunt similare.



1) Unghiurile primului paralelogram măsoară 60° și 120° deoarece unghiurile adiacente fiecărei laturi sunt suplementare), iar același lucru este valabil pentru al doilea paralelogram.

Astfel, unghiurile corespondente au aceeași măsură.

2) Raporturile dintre laturile corespondente sunt egale și mai precis:

$\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (același lucru este valabil pentru $\frac{\overline{CD}}{\overline{RS}}$)

$\frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (același lucru este valabil pentru $\frac{\overline{DA}}{\overline{SP}}$)

Astfel, cele două paralelograme sunt similare.

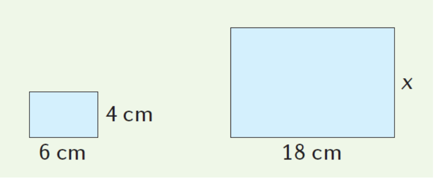
4

CUM AFLĂM O DIMENSIUNE NECUNOSCUTĂ ÎN DOUĂ POLIGOANE SIMILARE?

Scriem **proporția** adecvată între laturile corespondente și calculăm dimensiunea necunoscută.

EXEMPLU

Dreptunghiuri similare Cele două dreptunghiuri din figură sunt similare.



Care este înălțimea celui de-al doilea dreptunghi?

Laturile corespondente sunt proporționale, astfel:

$6 : 18 = 4 : x$

$x = \frac{18 \cdot 4}{6} = 12$ cm

5

CARE SUNT CRITERIILE DE SIMILITUDINE PENTRU TRIUNGHIURI?

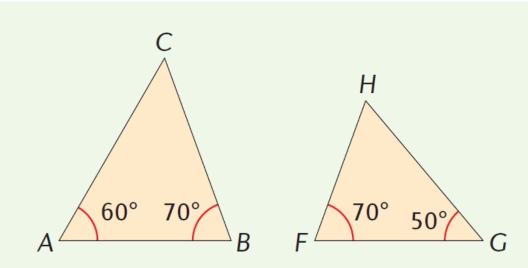
• **Primul criteriu**: două triunghiuri sunt considerate similare dacă au **trei unghiuri corespondente de aceeași măsură**.

• **Al doilea criteriu**: două triunghiuri sunt considerate similare dacă **două dintre laturile corespondente sunt proporționale și unghiul inclus are aceeași măsură**.

• **Al treilea criteriu**: două triunghiuri sunt considerate similare dacă cele **trei laturi corespondente sunt proporționale**.

EXEMPLE

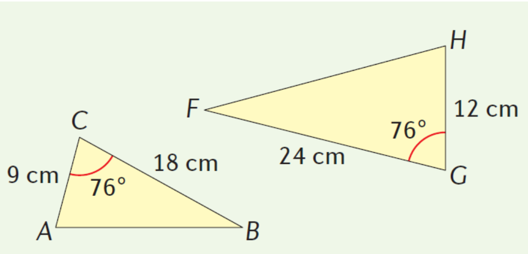
• *ABC* și *FGH* sunt similare deoarece satisfac primul criteriu.



Deoarece $\hat{C} = 180° - (60° + 70°) = 50°$ și $\hat{H} = 180° - (70° + 50°) = 60°$.

Astfel, cele trei unghiuri ale *ABC* măsoară 60°, 70° și 50°, la fel *FGH*.

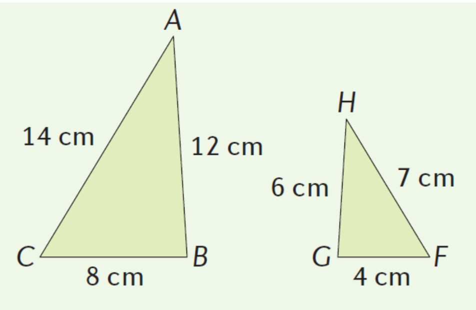
• *ABC* și *FGH* sunt similare deoarece satisfac al doilea criteriu.



Deoarece laturile *AC* și *BC* corespund cu *GH* și *FG* și sunt proporționale după cum urmează:

$$\frac{9}{12} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

• *ABC* și *FGH* sunt similare deoarece satisfac al treilea criteriu.



Deoarece cele trei laturi corespondente sunt proporționale (și anume laturile *ABC* sunt de două ori cât cele ale *FGH*):

$\frac{14}{7} = \frac{8}{4} = \frac{12}{6} = 2$

6

CUM SE CALCULEAZĂ ÎNĂLȚIMEA UNUI ARBORE FOLOSIND UMBRA ACESTUIA?

1) Folosind un stâlp vertical cu lungime cunoscută, măsurăm umbrele făcute de arbore și stâlp.

2) Observăm că:

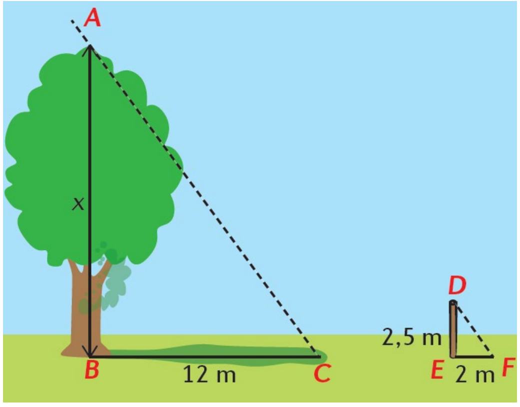
• arborele, umbra și razele soarelui creează un triunghi dreptunghic;

• stâlpul, umbra și razele soarelui creează un triunghi dreptunghic similar cu primul;

3) Scriem proporția dintre laturile corespondente ale celor două triunghiuri și calculăm înălțimea necunoscută.

EXEMPLU

Înălțimea unui arbore Un arbore face o umbră de 12 m lungime, iar un stâlp vertical de 2 m lungime.



Cât de înalt este arborele?

Triunghiurile *ABC* și *DEF* sunt similare, astfel:

AB : *DE* = *BC* : *EF*

$x : 2{,}5 = 12 : 2$

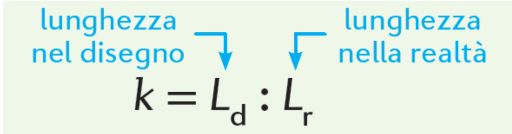
$x = \dfrac{2{,}5 \cdot 12}{2} = 15$ m

تكبير وتصغير المقياس والتشابه

1

ما هي نسبة المقياس؟

نسبة المقياس، المُشار إليها بالحرف ***k***، هي النسبة بين الأطوال في التصميم أو النموذج والأطوال المقابلة الخاصة بالشيء الحقيقي.



lunghezza nel disegno	الطول في التصميم
lunghezza nella realtà	الطول في الواقع

ينبغي أن يتم التعبير عن L_d وL_r بنفس وحدة القياس.

يُمكن أيضًا كتابة نسبة المقياس في شكل كسر أو عدد عشري.

إذا كان ***k*< 1** يكون هناك **تصغير**؛ وإذا كان ***k* > 1** يكون هناك **تكبير**.

مثال

طائرة يبلغ طول تصميم طائرة ما 5 سم.

إذا كان طول الطائرة الحقيقية 33 مترًا، فما هي نسبة المقياس الخاصة بالتصميم؟

33 m = 3300 cm

$$k = L_{\mathrm{d}} : L_{\mathrm{r}} = 5 : 3300 = 1 : 660 = \frac{1}{660} \approx 0{,}0015$$

2

ما هي المسائل الأساسية الخاصة بالتصميمات باستخدام المقياس؟

- حساب **نسبة المقياس**:

$$k = \frac{L_{\mathrm{d}}}{L_{\mathrm{r}}}$$

- حساب **الطول في الواقع**:

$$L_{\mathrm{r}} = \frac{L_{\mathrm{d}}}{k}$$

- حساب **الطول في التصميم**:

$$L_{\mathrm{d}} = k \cdot L_{\mathrm{r}}$$

أمثلة

نسبة المقياس يبلغ طول القرش الرمادي في صورة ما 9 سم بينما في الواقع يبلغ طوله 180 سم.

ما هي نسبة المقياس؟

$$k = \frac{9}{180} = 1 : 20 = 0{,}05$$

- **المحطة-الكاتدرائية** في خريطة مدينة ما بمقياس 1 : 5000 يبلغ طول المسافة بين المحطة والكاتدرائية 22 سم. ما هي المسافة الحقيقية بين المكانين؟

$$L_{\mathrm{r}} = \frac{L_{\mathrm{d}}}{k} = \frac{22}{\frac{1}{5000}} = 22 \cdot 5000 = 110000 \text{ cm} = 1100 \text{ m}$$

- **برج بيزا** ماريو يريد إنشاء نموذج عن برج بيزا بمقياس 1: 50. إذا كان ارتفاع البرج في الواقع 56 مترًا، كم سيكون ارتفاع النموذج؟

$$L_d = k \cdot L_r = \frac{1}{50} \cdot 56 = 1{,}12 \text{ m}$$

3

متى يكون المضلعان متشابهان؟

يكون المضلعان **متشابهان** إذا كان:

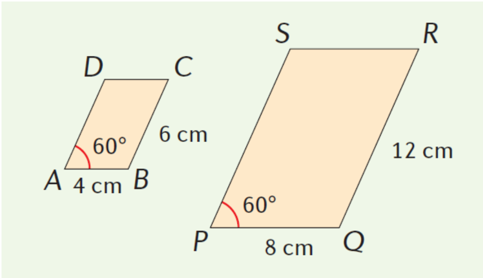
1) **زواياهم المتقابلة متطابقة؛**

2) **أضلاعهم المتقابلة متناسبة**.

تُعرف النسبة الثابتة بين قياسات الأضلاع المتقابلة **بنسبة التشابه *k***.

مثال

متوازيا الأضلاع الواردان في الصورة متشابهان.



1) يبلغ قياس زوايا متوازي الأضلاع الأول 60 °و120 °(لأن الزاويتان المتجاورتان على كل ضلع متكاملتان) وينطبق الأمر ذاته على متوازي الأضلاع الثاني. وبالتالي تكون الزوايا المتقابلة متطابقة.

2) النسب بين الأضلاع المتقابلة تكون متساوية وعلى وجه التحديد:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \left(\text{lo stesso vale per } \frac{\overline{CD}}{\overline{RS}}\right)$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \quad \left(\text{lo stesso vale per } \frac{\overline{DA}}{\overline{SP}}\right)$$

lo stesso vale per	ينطبق الأمر ذاته على

ولذلك يكون متوازيا الأضلاع متشابهين.

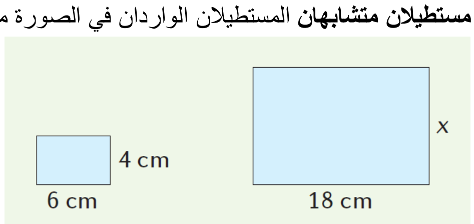
4

كيف يتم إيجاد قياس غير معروف في مضلعين متشابهين؟

يتم كتابة علاقة **التناسب** الملائمة بين الأضلاع المتقابلة ويتم حساب الحد غير المعروف.

مثال

مستطيلان متشابهان المستطيلان الواردان في الصورة متشابهان.



كم يبلغ ارتفاع المستطيل الثاني؟

الأضلاع المتقابلة متناسبة، وبالتالي:

$$6 : 18 = 4 : x$$

$$x = \frac{18 \cdot 4}{6} = 12 \text{ cm}$$

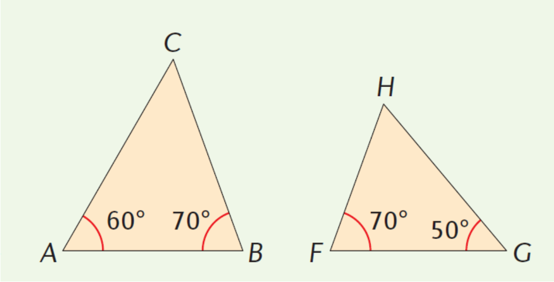
5

ما هي معايير تشابه المثلثات؟

- **المعيار الأول**: يتشابه المثلثان إذا كانت **الثلاث الزوايا المتقابلة متطابقة**.
- **المعيار الثاني**: يتشابه المثلثان إذا كان **الضلعان المتقابلان متناسبين وكانت الزاوية الواقعة بينهما متطابقة**.
- **المعيار الثالث**: يتشابه المثلثان إذا كانت **الثلاث أضلاع المتقابلة متناسبة**.

أمثلة

- المثلثان ABC وFGH يتشابهان بموجب المعيار الأول.



في الواقع الزاوية

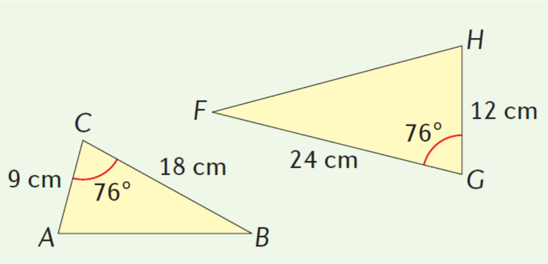
$\hat{C}$ = 180° - (60° + 70°) = 50°

والزاوية

$\hat{H}$ = 180° - (70° + 50°) = 60°

وبالتالي يبلغ قياسات زوايا المثلث *ABC* 60° و70° و50°، مثل زوايا المثلث *FGH* أيضًا.

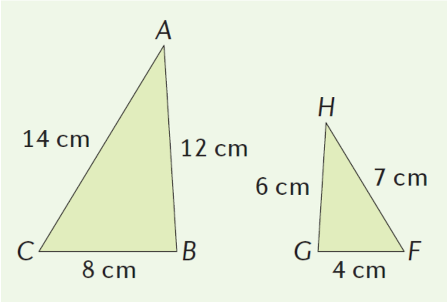
- المثلثان ABC وFGH يتشابهان بموجب المعيار الثاني.



في الواقع الضلعين AC و*BC* مقابلين للضلعين *GH* و*FG*، وتنطبق علاقة التناسب:

$$\frac{9}{18} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

- المثلثان ABC وFGH يتشابهان بموجب المعيار الثالث.



في الواقع تتناسب الثلاث أضلاع المتقابلة (بصفة خاصة أضلاع المثلث ABC هي ضعف أضلاع المثلث FGH):

$$\frac{14}{7} = \frac{8}{4} = \frac{12}{6} = 2$$

6

كيف يتم حساب ارتفاع شجرة باستخدام ظلها؟

1) يتم استخدام عصا عمودية معروف ارتفاعها ويتم قياس الظلال الناتجة عن الشجرة والعصا.

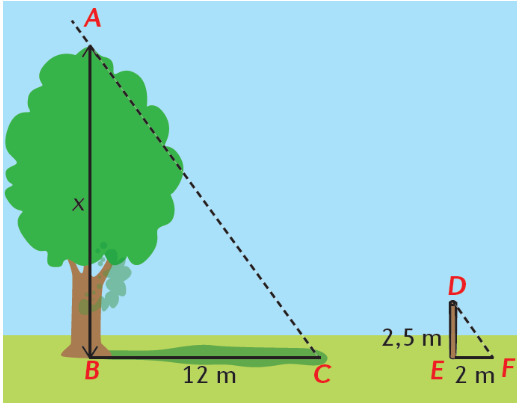
2) يُلاحظ أن:

- الشجرة وظلها وأشعة الشمس يشكلون مثلثًا قائم الزاوية؛
- العصا وظلها وأشعة الشمس يشكلون مثلثًا قائم الزاوية مشابهًا للمثلث السابق.

3) يتم كتابة علاقة التناسب بين الأضلاع المتقابلة للمثلثين ويتم تحديد الطول غير المعروف.

مثال

ارتفاع الشجرة ينتج عن الشجرة ظل بطول 12 م بينما يبلغ طول العصا العمودية 2,5 م وينتج عنها ظل بطول 2 م.



كم يبلغ طول الشجرة؟

المثلثان ABC و*DEF* متشابهان، ولذلك:

$$AB : DE = BC : EF$$
$$x : 2,5 = 12 : 2$$
$$x = \frac{2,5 \cdot 12}{2} = 15 \text{ m}$$

按比例放大、缩小与相似图形

1

什么是比例关系?

比例关系可用字母 $\boldsymbol{k}$ 表示，是一个图形或模型的长度与对应实物长度间的关系。

lunghezza nel disegno　　lunghezza nella realtà

$$k = L_{\mathrm{d}} : L_{\mathrm{r}}$$

lunghezza nel disegno	图形长度
lunghezza nella realtà	实物长度

L_d 与 L_r 的计量单位相同。

比例关系亦可写作分数或小数。

若 $\boldsymbol{k} < \mathbf{1}$ 则为**缩小**；$\boldsymbol{k} > \mathbf{1}$ 则为**放大**。

举例

飞机 已知飞机图形长 5 cm。

若实际飞机长 33 m，求它们的比例关系。

33 m = 3300 cm

$$k = L_{\mathrm{d}} : L_{\mathrm{r}} = 5 : 3300 = 1 : 660 = \frac{1}{660} \approx 0{,}0015$$

2

那些是比例图形基本问题?

· 计算**比例关系**:

$$k = \frac{L_{\mathrm{d}}}{L_{\mathrm{r}}}$$

· 计算**实物长度**:

$$L_{\mathrm{r}} = \frac{L_{\mathrm{d}}}{k}$$

· 计算**图形长度**:

$$L_{\mathrm{d}} = k \cdot L_{\mathrm{r}}$$

举例

· **比例关系** 已知图纸中的灰鲨长 9 cm，实际长 180 cm。

求它们的比例关系。

$k = \frac{9}{180} = 1 : 20 = 0{,}05$

· **火车站-大教堂** 已知在一张比例为 1 : 5000 的城市地图中，火车站与大教堂的距离为 22 cm。求两个地方的实际距离。

$L_r = \frac{L_d}{k} = \frac{22}{\frac{1}{5000}} = 22 \cdot 5000 = 110000\text{ cm} = 1100\text{ m}$

· **比萨斜塔** Mario 想要制作一个比例为 1 : 50 的比萨斜塔模型。若斜塔实际高 56 m，那么模型的高度是多少?

$L_d = k \cdot L_r = \frac{1}{50} \cdot 56 = 1{,}12\text{ m}$

3

什么叫相似多边形?

满足以下条件的两个**多边形相似**:

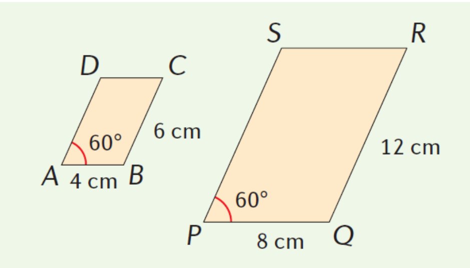
1) **对应角全等**;

2) **对应边成比例**。

对应边的恒定比率称作**相似比 *k***。

举例

图中两个平行四边形相似。



1) 第一个平行四边形的内角分别为 60°与 120°（每边邻角互补），另一个平行四边形也是如此。

由此可知，两个平行四边形对应角全等。

2) 对应边比率相等，即:

$\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (等于$\frac{\overline{CD}}{\overline{RS}}$)

$\frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (等于$\frac{\overline{DA}}{\overline{SP}}$)

因此，两个平行四边形全等。

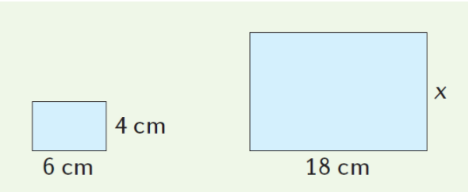
4

如何计算两个相似多边形中的未知量?

只需写出对应边的**比例**，就可算出未知量。

举例

相似矩形 已知图中两个矩形相似。



求第二个矩形的高。

对应边成比例，因此：

$6 : 18 = 4 : x$

$x = \dfrac{18 \cdot 4}{6} = 12$ cm

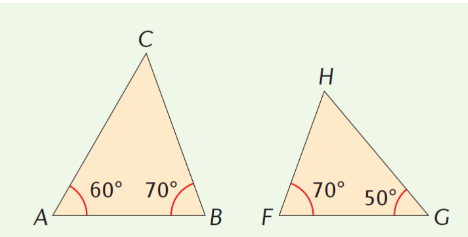
5

如何判定三角形相似?

- **第一定理：**若两个三角形的三**组对应角**全等，则这两个三角形相似。
- **第二定理：**若两个三角形的**两组对应边成比例且夹角相等**，则这两个三角形相似。
- **第三定理：**若两个三角形的三**组对应边成比例**，则这两个三角形相似。

举例

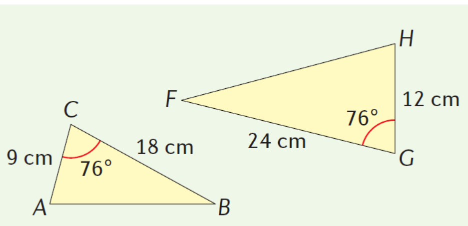
· *因为 ABC 与 FGH* 满足第一定理，所以它们相似。



解：$\hat{C} = 180° - (60° + 70°) = 50°$ e $\hat{H} = 180° - (70° + 50°) = 60°$.

ABC 与 *FGH* 三角均为 60°、70°与 50°。

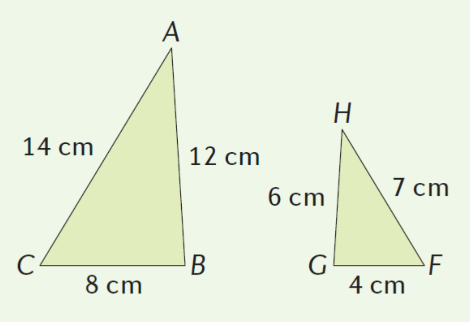
· *因为 ABC 与 FGH* 满足第二定理，所以它们相似。



解：AC 与 BC 分别是 GH 与 FG 的对应边，它们比例为：

$$\frac{9}{12} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

· 因为 ABC 与 FGH 满足第三定理，所以它们相似。



解：三组对应边成比例（ABC 的三条边长是 FGH 的两倍）：

$$\frac{14}{7} = \frac{8}{4} = \frac{12}{6} = 2$$

6

如何通过树影计算出树的高度?

1) 取一个已知高度的垂直木杆，分别测量树与木杆形成的影子长度。

2) 经观察，可知:

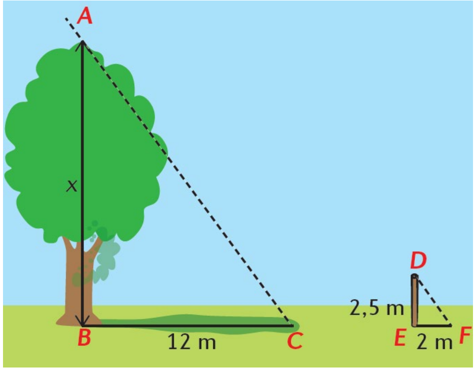
· 树、树影与光线构成一个直角三角形;

· 木杆、杆影与光线构成一个与之相似的直角三角形。

3) 写出两个三角形对应边的比例，算出树的高度。

举例

树高 一棵树的影子长 12 m，一根垂直木杆高 2,5 m，影长 2 m。



这棵树有多高?

三角形 ABC 与 DEF 相似，因此:

$AB : DE = BC : EF$

$x : 2{,}5 = 12 : 2$

$$x = \frac{2{,}5 \cdot 12}{2} = 15 \text{ m}$$